

Schriftliche Abiturprüfung 2007
Physik 13 k
(Leistungskursniveau)

Thema V3: Interferenz von Schallwellen am Doppelspalt

Das Doppelspaltexperiment kann mit sichtbarem Licht, aber z. B. auch mit Elektronen durchgeführt werden. Im Folgenden wird bei diesem Experiment Ultraschall verwendet.

Eine Ultraschallquelle Q sendet Schallwellen der Frequenz $f = 25 \text{ kHz}$ aus. Die Wellenfronten treffen mit einer Geschwindigkeit $v = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ auf einen Doppelspalt mit einem Spaltabstand $d = 5,0 \text{ cm}$ und einer Spaltbreite von $a = 1,0 \text{ cm}$. Mit einem Ultraschallsensor S, der auf Schienen in x- und y-Richtung verschiebbar ist, wird hinter dem Doppelspalt die Verteilung des Schallfeldes in einem zweidimensionalen Koordinatensystem experimentell ermittelt. Der Sensor ist an ein Messdatenerfassungssystem angeschlossen (Bild 1).

1 Bewegung in y-Richtung

Der Sensor wird jeweils von einem bestimmten Punkt auf der x-Achse beginnend in y-Richtung bewegt. Mithilfe des Messdatenerfassungssystems stellt man einen stetigen Wechsel von Empfangsminima und Empfangsmaxima fest. Die Koordinaten der Minima und Maxima, gemessen in Zentimeter, sind in Tabelle 1 dargestellt.

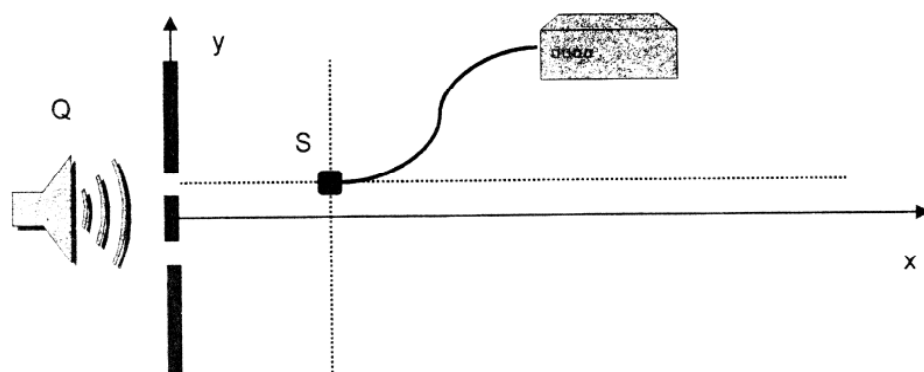


Bild 1

x in cm \ y in cm	3,00	6,00	9,00	12,0	15,0	18,0
Maximum	2,90	4,30	5,80	7,40	9,10	11,3
Minimum	2,10	2,86	4,20	5,60	7,10	8,60
Maximum	1,20	1,80	2,65	3,40	4,40	5,30
Minimum	0,60	0,80	1,10	1,50	1,95	2,50
Maximum	0	0	0	0	0	0
Minimum	- 0,60	- 0,80	- 1,10	- 1,50	- 1,95	- 2,50
Maximum	- 1,20	- 1,80	- 2,65	- 3,40	- 4,40	- 5,30
Minimum	- 2,10	- 2,85	- 4,20	- 5,60	- 7,10	- 8,60
Maximum	- 2,90	- 4,30	- 5,80	- 7,40	- 9,10	- 11,3

Tabelle 1

- 1.1 Zeichnen Sie in einem Koordinatensystem auf Millimeterpapier im Maßstab 1 : 1 den Doppelspalt und die Orte maximaler und minimaler Intensität für $y \geq 0$ ein. Verbinden Sie diese Orte zu Linien gleicher Ordnung für die Minima und Maxima. Geben Sie jeweils die Ordnungsnummer an.
- 1.2 Erklären Sie das Zustandekommen der Linien bestimmter Ordnung. Geben Sie die Bedingungen für das Auftreten maximaler und minimaler Intensitäten an.

Hinweis: Sie können in Ihrer Argumentation u. a. das im Bild 2 dargestellte Modell verwenden. Das Modell besteht aus zwei um die Spaltorte drehbare Streifen aus Folie. Jeder Streifen enthält abwechselnd helle und dunkle Zonen gleicher Größe.

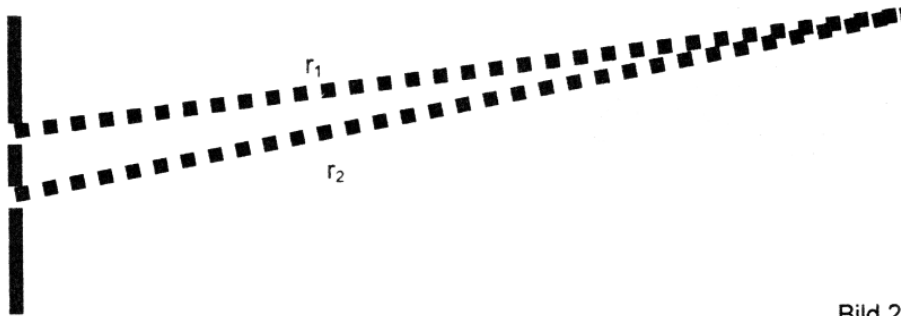


Bild 2

- 1.3 Ermitteln Sie für fünf geeignete Punkte ($x \geq 15 \text{ cm}$) des Wellenfeldes den Gangunterschied Δr (Wegunterschied) der sich überlagernden Wellen durch Messung im Koordinatensystem von Teilaufgabe 1.1. Übernehmen und ergänzen Sie dazu die Tabelle 2. Bestimmen Sie damit einen Mittelwert für die Wellenlänge des Ultraschalls. Vergleichen Sie das Ergebnis mit demjenigen Wert, der mithilfe der Wellengleichung $v = \lambda \cdot f$ ermittelt werden kann.

Punkt $(x y)$ in cm	$\Delta r = r_1 - r_2 $ in cm Messung	Wellenlänge λ in cm

2 Bewegung in x-Richtung

Die Wellenlänge der ausgesendeten Ultraschallwelle wurde nun auf $\lambda = 2,0 \text{ cm}$ erhöht und der Spaltabstand auf $d = 7,0 \text{ cm}$ vergrößert. Der Sensor S kann entlang der Geraden h, die in x-Richtung durch den Spalt 1 verläuft, geführt werden (Bild 3).

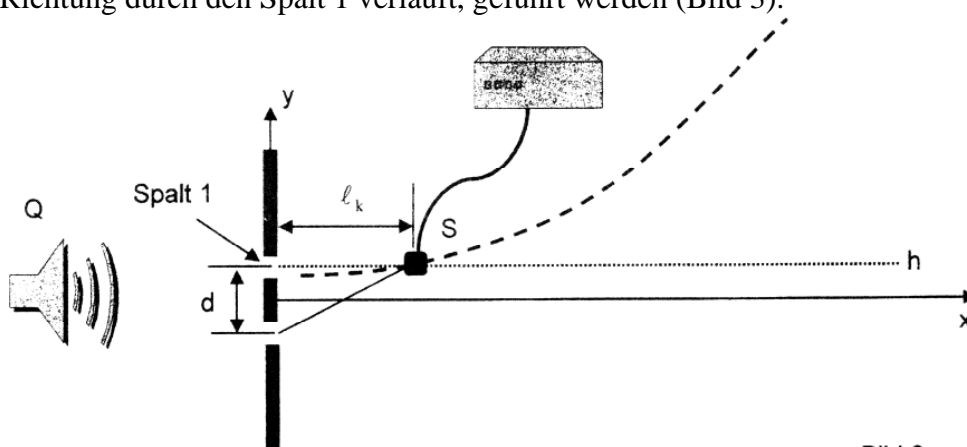
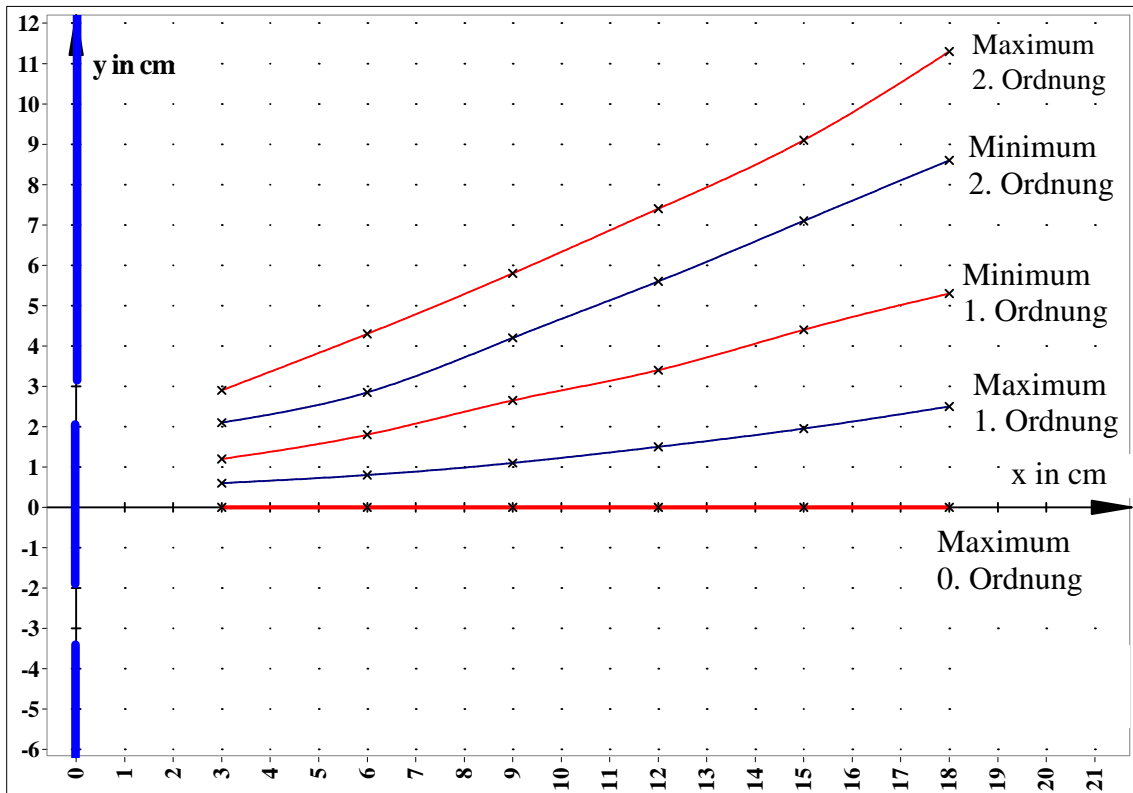


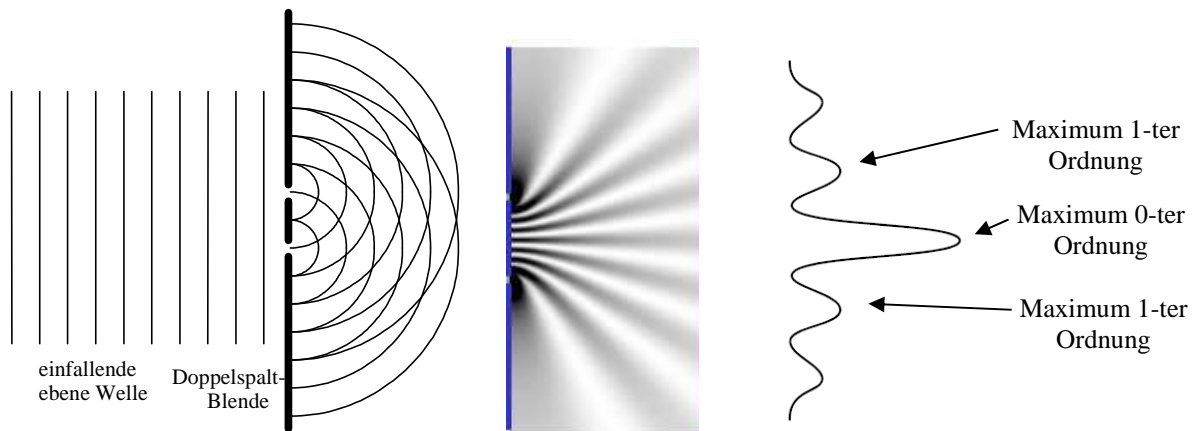
Bild 3

- 2.1 In den Entfernungen $l_k = \frac{d^2 - k^2 \cdot \lambda^2}{2k \cdot \lambda}$ für $k = 1, 2, \dots$ vom Spalt 1 werden Intensitätsmaxima registriert. Leiten Sie diese Gleichung her.
- 2.2 Zeigen Sie, welche Werte für k unter den gegebenen Bedingungen möglich sind.

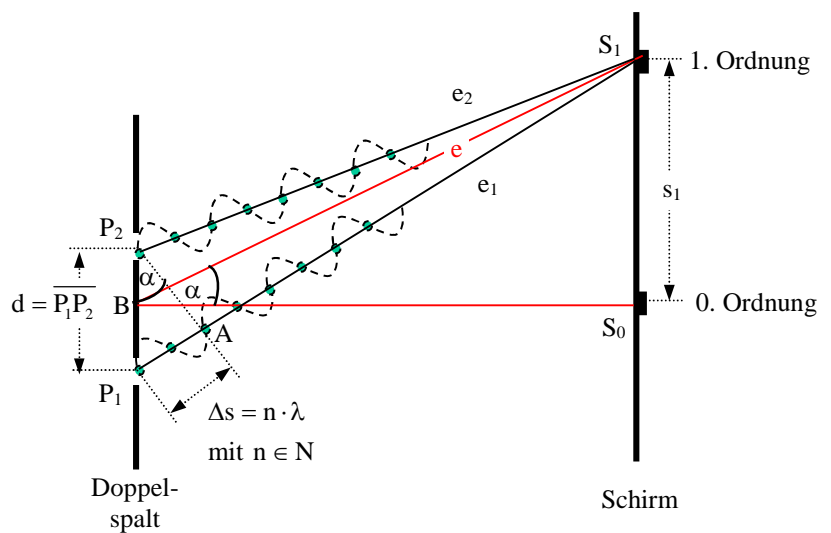
Lösung:
1.1



1.2



- Die Wege, die von den beiden Lichtwellen von den Spaltmitten bis zum Schirm zurückgelegt werden, sind verschieden, wenn der Auftreffpunkt nicht auf einer Linie durch die Mitte der beiden Spalte erfolgt.
- Dieser Wegunterschied (Gangunterschied) ist je nach Größe der Ablenkung unterschiedlich groß.



- Treffen zwei Wellen auf dem Schirm aufeinander, so überlagern sie sich und es erfolgt eine Amplitudenaddition.
- Je nach Gangunterschied treten auch Gebiete auf, bei denen der Gangunterschied ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge beträgt. Es treffen jeweils Wellenberge und Wellentäler aufeinander, so dass die resultierende Welle eine Amplitudenverstärkung aufweist, es entstehen Gebiete der Verstärkung

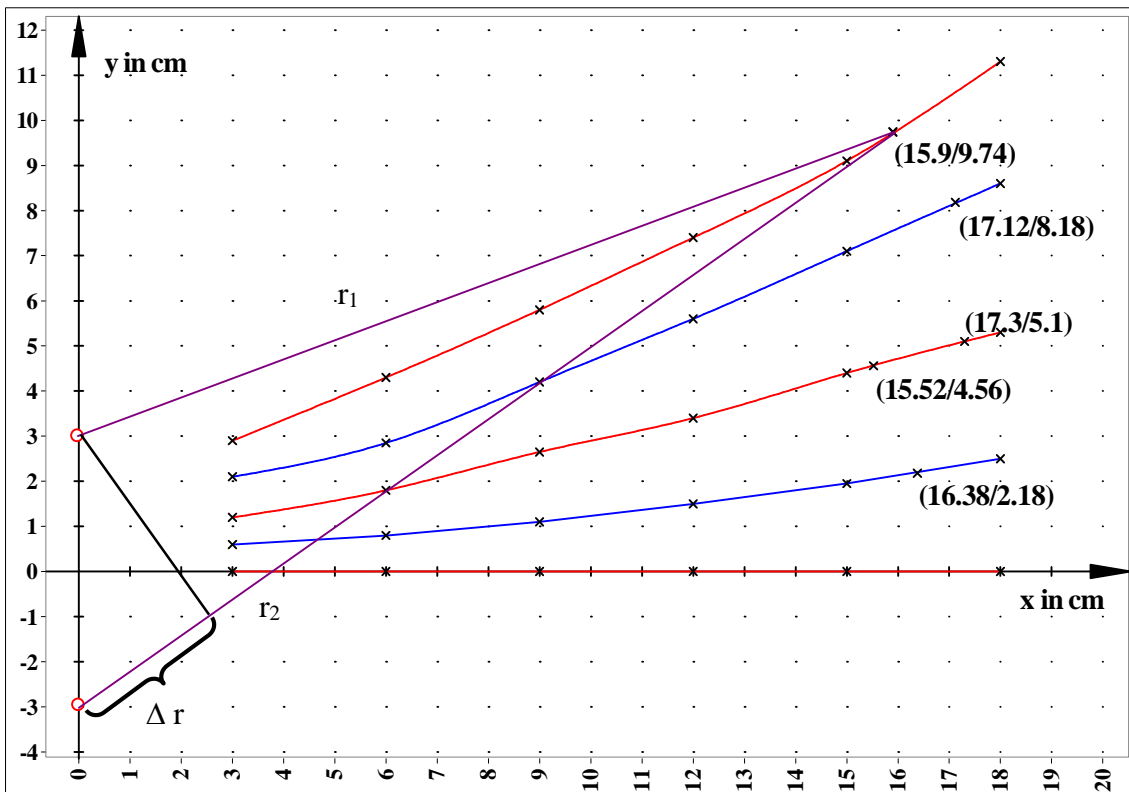
für das erste Maximum gilt: $\frac{\Delta s}{d} = \frac{s_1}{e}$; mit $\Delta s = \lambda \Rightarrow \frac{\Delta s}{d} = \frac{\lambda}{e}$

für das n-te Maximum gilt: $\frac{\Delta s}{d} = \frac{s_n}{e} \Rightarrow \frac{n \cdot \lambda}{d} = \frac{s_n}{e}$ mit $\Delta s = n \cdot \lambda$; $n \in \mathbb{Z}$

- Trifft ein Wellenberg auf ein Wellental, so kommt es zur Auslöschung, es entstehen Minima. Der Gangunterschied beträgt ein ungerades Vielfaches der halben Wellenlänge.

$\frac{(2n+1) \cdot \lambda}{2 \cdot d} = \frac{s_n}{e}$ mit $\Delta s = (2n+1) \cdot \lambda$; $n \in \mathbb{Z}$

1.3



Punkt (x y) in cm	$\Delta r = r_1 - r_2 $ in cm Messung	Wellenlänge λ in cm
(15,9 9,74)	3,2	1,6
(17,12 8,18)	2,5	1,7
(15,52 4,56)	1,7	1,6
(17,3 5,1)	1,6	1,6
(16,83 2,18)	0,7	1,4

Mittelwert: $\lambda_M = 1,58 \text{ cm}$

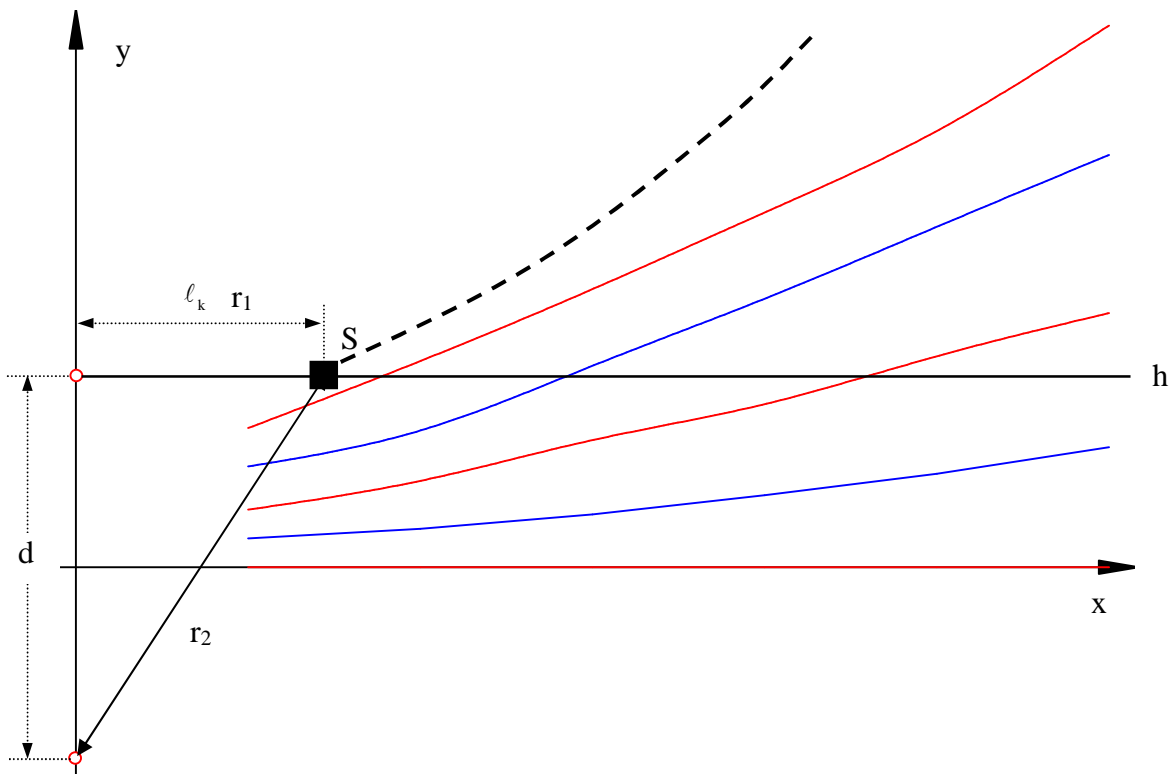
Wellenlänge – berechnet:

$$v = \lambda \cdot f$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{2,5 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}} = 0,0136 \text{ m} = \underline{1,36 \text{ cm}}$$

Vergleich: Der gemessene Wert ist größer als der berechnete Wert.

2.1



Herleitung:

$$d^2 + r_1^2 = r_2^2$$

$$\text{mit } r_1 = l_k$$

$$d^2 + l_k^2 = r_2^2$$

$$\text{Maxima: } \Delta s = r_2 - r_1 = k \cdot \lambda$$

$$r_2 = k \cdot \lambda + r_1 = k \cdot \lambda + l_k$$

$$d^2 + l_k^2 = (k \cdot \lambda + l_k)^2$$

$$d^2 + l_k^2 = k^2 \cdot \lambda^2 + 2 \cdot k \cdot \lambda \cdot l_k + l_k^2$$

$$d^2 = k^2 \cdot \lambda^2 + 2 \cdot k \cdot \lambda \cdot l_k$$

$$l_k = \frac{d^2 - k^2 \cdot \lambda^2}{2 \cdot k \cdot \lambda}$$

2.2

$$d^2 - k^2 \cdot \lambda^2 > 0$$

$$k^2 \cdot \lambda^2 < d^2$$

$$k^2 < \frac{d^2}{\lambda^2}$$

$$k < \sqrt{\frac{49 \text{ cm}^2}{4 \text{ cm}^2}} \Rightarrow k < 3,5 \Rightarrow \underline{k = 1; 2; 3}$$