

Schriftliche Abiturprüfung 2007 – Sachsen-Anhalt
Physik 13 n
(Leistungskursniveau)

Thema V1: Wärmeübertragung

1 Mischungsvorgänge

1 Ein Kalorimeter ist mit Wasser der Masse $m = 300 \text{ g}$ und der Temperatur $\vartheta_w = 26^\circ\text{C}$ gefüllt. Nun werden Eiswürfel mit der Temperatur ϑ_E hinzugegeben. In Abhängigkeit von der Masse des Eises m_E und der Temperatur ϑ_E können sich nach dem Einstellen des thermischen Gleichgewichtes drei qualitativ verschiedene Endzustände ergeben. (Die Wärmekapazität des Kalorimeters kann vernachlässigt werden.)

1.1 Beschreiben Sie diese Zustände bezüglich der am Ende vorliegenden Aggregatzustände. Begründen Sie Ihre Aussagen.

1.2 Die Eiswürfel haben zu Beginn des Mischungsexperimentes die Temperatur $\vartheta_E = -28^\circ\text{C}$. Berechnen Sie die Masse der Eiswürfel,

a) wenn sich die Mischungstemperatur $\vartheta_m = 12^\circ\text{C}$ einstellen soll.

b) so dass sich nach dem Einstellen des thermischen Gleichgewichtes ein Drittel Eis und zwei Drittel Wasser bezogen auf die Gesamtmasse im Kalorimeter befinden.

Hinweise: $c_{\text{Eis}} = 2,09 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Überlegen Sie für den Fall b, welcher Anteil des Eises schmilzt.

2 Abkühlvorgänge

Für das Abkühlen einer Flüssigkeit wurde von Newton um 1700 der Zusammenhang $\vartheta(t) = \vartheta_U + (\vartheta_A - \vartheta_U) \cdot e^{-k \cdot t}$ gefunden. Die Umgebungstemperatur ϑ_U , die Anfangstemperatur ϑ_A und die Konstante k bestimmen den exponentiellen Zusammenhang.

2.1 Beschreiben Sie, welchen Einfluss die Größe von k auf den Abkühlvorgang hat. Nennen Sie zwei Faktoren, die die Konstante k beeinflussen.

2.2 Eine Tasse ist mit heißem Kaffee gefüllt. Die Temperatur ϑ des Kaffees wird in Abhängigkeit von der Zeit t gemessen. In der folgenden Tabelle sind die Ergebnisse dargestellt. Die Umgebungstemperatur beträgt $\vartheta_U = 20^\circ\text{C}$.

t in s	0	100	200	300	400	500	600	700
ϑ in $^\circ\text{C}$	85,0	74,8	66,3	59,0	52,9	47,8	43,4	39,8

Überprüfen Sie mithilfe von zwei Messwertpaaren aus der Wertetabelle, dass für dieses Experiment gilt: $k = 1,7 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$.

Ermitteln Sie die Zeit, nach der sich die Flüssigkeit auf 25°C abgekühlt hat.

1. Mischungsvorgänge

1.1 Beschreibung + Begründung:

Zustand		Begründung
1	nur Eis	Die vom warmen Wasser zur Abkühlung und zum Erstarren abgegebene Wärme ist kleiner als die zur Erwärmung und zum Schmelzen von Eis benötigten Wärme.
2	Eis-Wasser-Gemisch	Die vom warmen Wasser bei der Abkühlung abgegebene Wärme reicht aus, um das Eis auf 0°C zu erwärmen und einen Teil der Schmelzwärme aufzubringen.
3	nur Wasser	Die vom warmen Wasser bei der Abkühlung abgegebene Wärme reicht aus, um das Eis auf 0°C zu erwärmen und die Schmelzwärme aufzubringen, um das Eis vollständig zu schmelzen.

1.2

a) Masse der Eiswürfel:

$$-Q_{\text{ab}} = Q_{\text{zu}}$$

$$-Q_{\text{Wasser}} = Q_{\text{Eis}} + Q_{\text{Schmelz}} + Q_{\text{Eis-Wasser}}$$

$$-m_{\text{W}} \cdot c_{\text{W}} \cdot (T_{\text{M}} - T_{\text{W}}) = m_{\text{E}} \cdot c_{\text{E}} \cdot (T_{\text{E}} - T_0) + m_{\text{E}} \cdot q_{\text{S}} + m_{\text{E}} \cdot c_{\text{W}} \cdot (T_{\text{M}} - T_0)$$

$$-m_{\text{W}} \cdot c_{\text{W}} \cdot (T_{\text{M}} - T_{\text{W}}) = m_{\text{E}} \cdot [c_{\text{E}} \cdot (T_{\text{E}} - T_0) + q_{\text{S}} + c_{\text{W}} \cdot (T_{\text{M}} - T_0)]$$

$$m_{\text{E}} = -\frac{m_{\text{W}} \cdot c_{\text{W}} \cdot (T_{\text{M}} - T_{\text{W}})}{c_{\text{E}} \cdot (T_{\text{E}} - T_0) + q_{\text{S}} + c_{\text{W}} \cdot (T_{\text{M}} - T_0)}$$

$$m_{\text{E}} = -\frac{0,3\text{kg} \cdot 4,19\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot (285 - 299)\text{K}}{2,09\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot (273 - 245)\text{K} + 334\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} + 4,19\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot (285 - 273)\text{K}}$$

$$m_{\text{E}} = 0,03974\text{kg} = \underline{0,04\text{kg}}$$

$$[m] = \frac{\text{kg} \cdot \text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{K}}{\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{K} + \text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} + \text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{K}}$$

$$= \frac{\text{kg} \cdot \text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}}{\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} + \text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} + \text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}} = \text{kg}$$

b) Masse der Eiswürfel für Gemisch:

$$-Q_{\text{ab}} = Q_{\text{zu}}$$

$$-Q_{\text{Wasser}} = Q_{\text{Eis}} + Q_{\text{Schmelz}}$$

$$-m_{\text{W}} \cdot c_{\text{W}} \cdot (T_{\text{M}} - T_{\text{W}}) = m_{\text{E}} \cdot c_{\text{E}} \cdot (T_{\text{M}} - T_{\text{E}}) + m_{\text{X}} \cdot q_{\text{S}}$$

mit:

$$m_{\text{E}} - m_{\text{X}} = \frac{1}{3} m_{\text{ges}}$$

$$m_{\text{E}} - m_{\text{X}} = \frac{1}{3} (m_{\text{W}} + m_{\text{E}})$$

$$m_{\text{E}} - m_{\text{X}} = \frac{1}{3} \cdot m_{\text{W}} + \frac{1}{3} \cdot m_{\text{E}}$$

$$m_{\text{X}} = \frac{2}{3} m_{\text{E}} - \frac{1}{3} m_{\text{W}} = \frac{2 \cdot m_{\text{E}} - m_{\text{W}}}{3}$$

$$\begin{aligned}
-m_w \cdot c_w \cdot (T_M - T_W) &= m_E \cdot c_E \cdot (T_M - T_E) + \frac{2 \cdot m_E - m_w}{3} \cdot q_S \\
-3 \cdot m_w \cdot c_w \cdot (T_M - T_W) &= 3 \cdot m_E \cdot c_E \cdot (T_M - T_E) + 2 \cdot m_E \cdot q_S - m_w \cdot q_S \\
-3 \cdot m_w \cdot c_w \cdot (T_M - T_W) + m_w \cdot q_S &= m_E \cdot [3 \cdot c_E \cdot (T_M - T_E) + 2 \cdot q_S] \\
m_E &= \frac{m_w \cdot q_S - 3 \cdot m_w \cdot c_w \cdot (T_M - T_W)}{3 \cdot c_E \cdot (T_M - T_E) + 2 \cdot q_S} \\
m_E &= \frac{m_w \cdot [q_S - 3 \cdot c_w \cdot (T_M - T_W)]}{3 \cdot c_E \cdot (T_M - T_E) + 2 \cdot q_S} \\
m_E &= \frac{m_w \cdot [q_S - 3 \cdot c_w \cdot (T_M - T_W)]}{3 \cdot c_E \cdot (T_M - T_E) + 2 \cdot q_S} \\
m_E &= \frac{m_w \cdot [q_S - 3 \cdot c_w \cdot (T_M - T_W)]}{3 \cdot c_E \cdot (T_M - T_E) + 2 \cdot q_S} \\
m_E &= \frac{0,3 \text{ kg} \cdot [334 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} - 3 \cdot 4,19 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot (273 - 299) \text{ K}]}{3 \cdot 2,09 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot (273 - 245) \text{ K} + 2 \cdot 334 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}} = \underline{0,235 \text{ kg}} \\
[m] &= \frac{\text{kg} \cdot [\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} - \text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{K}]}{\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{K} + \text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}} \\
&= \frac{\text{kg} \cdot [\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} - \text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}]}{\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} + \text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}}{\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}} = \text{kg}
\end{aligned}$$

2. Abkühlvorgänge

2.1 Einfluss:

- Je größer k , umso schneller kühlt die Flüssigkeit ab.
- 2 Faktoren, z. B.
- Verhältnis der Oberfläche zur Masse
 - Art der Oberfläche
 - Form der Oberfläche
 - Gefäßmaterial

2.2 Überprüfung des K-Wertes:

$$\vartheta = \vartheta_U + (\vartheta_A - \vartheta_U) \cdot e^{-k \cdot t}$$

$$\vartheta - \vartheta_U = (\vartheta_A - \vartheta_U) \cdot e^{-k \cdot t}$$

$$e^{-k \cdot t} = \frac{\vartheta - \vartheta_U}{\vartheta_A - \vartheta_U}$$

$$k = -\frac{\ln\left(\frac{\vartheta - \vartheta_U}{\vartheta_A - \vartheta_U}\right)}{t}$$

1. Beispiel: $k = -\frac{\ln\left(\frac{74,8 - 20}{85 - 20}\right)}{100 \text{ s}} = 1,707 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$

2. Beispiel: $k = -\frac{\ln\left(\frac{43,4 - 20}{85 - 20}\right)}{600 \text{ s}} = 1,707 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$

Berechnung von 2 Funktionswerten ebenfalls möglich.

Zeit:

$$t = -\frac{\ln\left(\frac{\vartheta - \vartheta_U}{\vartheta_A - \vartheta_U}\right)}{k}$$

$$t = -\frac{\ln\left(\frac{25 - 20}{85 - 20}\right)}{1,7 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}} = \underline{\underline{1508,8 \text{ s}}}$$