

Übungsaufgaben

Mechanik

Kurstufe

Arbeit, Energie und Impuls I (Energieumwandlungen)

36 Aufgaben

mit ausführlichen Lösungen
(35 Seiten – Datei: Arbeit-Energie-Impuls_1_Lsg)

Eckhard Gaede

1. Ein Hochspringer der Masse 70,0 kg überspringt eine Höhe von 232 cm.
 - a) Welche Energie ist dazu notwendig (Schwerpunkt liege in 75 cm Höhe, der Schwerpunkt muss bei erfolgreichem Sprung 10,0 cm über der Latte liegen)?
Zeichnen Sie das zugehörige Arbeitsdiagramm!
 - b) Welche Anlaufgeschwindigkeit in $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ muss der Springer mindestens erreichen, wenn man annimmt, dass die durch den Anlauf erreichte Energie vollständig in Hubarbeit umgewandelt werden kann?
 - c) Wie groß müsste die Anlaufgeschwindigkeit sein, wenn nur 50% der kinetischen Energie in Hubarbeit umgesetzt werden?
 - d) Der Hochspringer läuft mit einer Geschwindigkeit von $10,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ an. Wie groß ist sein Wirkungsgrad?

2. Ein Ball mit der Masse $m = 7,0 \text{ kg}$ gleitet eine schiefe Ebene der Höhe 3,5 m hinunter. Wie schnell ist der Ball am Fuß der Ebene?

3. In einem Springbrunnen erreicht ein Wasserstrahl eine Höhe von 50,0 m. Mit welcher Geschwindigkeit schießt das Wasser aus der Düse?

4. Ein Pkw ($m = 1,0 \text{ t}$) prallt mit der Geschwindigkeit $v = 80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ gegen eine feste, unnachgiebige Mauer.
 - a) Wie groß ist seine kinetische Energie?
 - b) Aus welcher Höhe müsste der Wagen frei fallen, um beim Auftreffen auf den Boden die gleiche kinetische Energie zu entwickeln?

5. Ein Auto fährt mit $50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ gegen eine Wand.
 - a) Aus welcher Höhe müsste das Auto fallen, damit es die gleiche Geschwindigkeit am Boden erreicht?
 - b) Welche Kraft muss ein 70 kg schwerer Fahrer aufbringen, wenn er den 0,1 s langen Aufprall mit den Armen abfangen möchte?
 - c) Welcher Masse entspricht diese Kraft und wie viel Prozent sind dies vom Gewichtheberweltrekord von 260 kg im Superschwergewicht?

6. Eine Kugel der Masse 25 g wird aus einer Höhe $h_1 = 1,2 \text{ m}$ mit einer Geschwindigkeit $v_1 = 3,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ senkrecht nach oben geworfen und fällt dann frei auf den Boden zurück.
 - a) Welche maximale Steighöhe erreicht die Kugel?
 - b) Mit welcher Geschwindigkeit trifft sie wieder auf dem Boden auf?
 - c) In welcher Höhe hat sie beim Herabfallen die Hälfte ihrer Maximalgeschwindigkeit erreicht?

7. Ein Kunstspringer ($m = 65,0 \text{ kg}$) springt ohne Wippen und Anlauf von einem 5-Meter-Brett in das Schwimmbecken.
 - a) Welche Geschwindigkeit hat er nach halber Flugstrecke?
 - b) Aus welcher Höhe muss er abspringen, um die Geschwindigkeit $v_2 = 54 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ beim Auftreffen zu haben?
 - c) Auf welchen Wert müsste er seine Absprunghöhe steigern, um die 3-fache Endgeschwindigkeit zu erreichen?
(Lösung ohne ausführliche Zahlenrechnung!)

8. Ein Kraftfahrzeug der Masse 1,0 t wird aus der Geschwindigkeit von $108 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ auf die Geschwindigkeit von $36 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ abgebremst.
Wie groß ist die kinetische Energie, die dem Fahrzeug beim Bremsen entzogen wird?

9. Ein PKW der Masse 0,8 t wird aus der Geschwindigkeit $v_1 = 36 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ auf die Geschwindigkeit $v_2 = 30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ beschleunigt.
- Berechnen Sie dabei verrichtete Arbeit!
 - Auf welche Geschwindigkeit in $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ könnte der PKW mit dieser Energie aus dem Stand beschleunigt werden?
10. Ein Kraftfahrzeug der Masse 0,85 t wird aus der Geschwindigkeit von $90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ auf die Geschwindigkeit von $30 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ abgebremst.
- Wie groß ist die kinetische Energie, die dem Fahrzeug beim Bremsen entzogen wird?
 - Auf welche Geschwindigkeit kann das Fahrzeug aus der Geschwindigkeit von $160 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ abgebremst werden, wenn ihm bei diesem zweiten Bremsvorgang die gleiche Energie wie in Teilaufgabe a) entzogen wird?
11. Ein PKW der Masse 1,0 t wird aus der Geschwindigkeit $50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ auf die Geschwindigkeit von $100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ beschleunigt.
- Welche Energie ist dazu erforderlich?
 - Bis in welche Höhe könnte man theoretisch einen Körper der Masse 200 kg mit dieser Energie senkrecht emporwerfen, wenn dabei 5 % der Energie in Reibungsarbeit umgewandelt werden?
12. Ein Auto (1 000 kg) wird von Null auf $36 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ und anschließend auf $72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ beschleunigt.
Braucht man in beiden Fällen die gleiche Energie? Begründen Sie!
- 13.
- Welche Anfangsgeschwindigkeit (in $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ und $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$) hat ein senkrecht nach oben abgefeuertes Geschoss, wenn seine Steighöhe $h_{\text{max}} = 50,0 \text{ m}$ beträgt?
 - Wie groß sind in halber Höhe h_1 die Geschwindigkeit, die kinetische, die potenzielle und die Gesamtenergie, wenn das Geschoss eine Masse von 1 500 g besitzt?
 - Berechnen Sie mit Hilfe des Energiesatzes, in welcher Höhe die Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 31,32 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ eines senkrecht nach oben geworfenen Körpers auf ein Viertel abgenommen hat!
- Leiten Sie dazu die Beziehung $h_2 = \frac{15 \cdot g \cdot h_{\text{max}}}{16 \cdot g}$ her!
14. Leiten Sie den Impulserhaltungssatz für ein abgeschlossenes mechanisches System her!
15. Wenden Sie den Impuls- und Energieerhaltungssatz auf den geraden zentralen elastischen Stoß an!
Leiten Sie auch die Beziehungen
- $$u_1 = \frac{(m_1 - m_2) \cdot v_1 + 2 \cdot m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} \quad \text{und} \quad u_2 = \frac{(m_2 - m_1) \cdot v_2 + 2 \cdot m_1 \cdot v_1}{m_1 + m_2}$$
- für die Geschwindigkeiten nach dem Stoß her!
16. Wenden Sie den Impuls- und Energieerhaltungssatz auf den geraden zentralen unelastischen Stoß an!
Leiten Sie auch die Beziehungen für die Geschwindigkeiten nach dem Stoß her!

17. Diskutieren Sie den geraden zentralen elastischen Stoß hinsichtlich folgender Spezialfälle und ziehen Sie entsprechende Schlussfolgerungen bezüglich der Bewegung der Körper K_1 und K_2 ! Unterscheiden Sie dabei auch unterschiedliche Massenverhältnisse.
- (1) Körper 1 vor der Wechselwirkung in Ruhe
 - (2) Körper 2 vor der Wechselwirkung in Ruhe
18. Bei einer Nebelfahrt kommt es zu einem Auffahrunfall eines Kleinwagens A der Masse $m_A = 700 \text{ kg}$ auf einen schweren Transporter B der Masse $m_B = 2,5 \text{ t}$ auf. Der Transporter fuhr vor dem Zusammenstoß $18 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ langsamer als der Kleinwagen. Unmittelbar nach dem Zusammenstoß bewegen sich die nunmehr verkeilten Wagen mit der Geschwindigkeit von $54 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.
- a) Wie schnell fahren die beiden Autos unmittelbar vor dem Aufprall?
 - b) Wie groß ist der prozentuale Anteil der Energie, die in Verformungsarbeit umgewandelt wurde?
19. Zwei PKW mit jeweils gleicher Masse (1 t) stoßen zusammen und verkeilen sich. Ihre Geschwindigkeiten betragen vor dem Stoß $72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ bzw. $80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.
- a) Welche Geschwindigkeit (in $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ und $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$) hatten die ineinander verkeilten Autos nach dem Zusammenstoß?
 - b) Wie viel Prozent der Energie wurde zur Verformung „verbraucht“?
 - c) Welche Kraft wirkt auf den schnelleren PKW, wenn der Zusammenstoß $0,7 \text{ s}$ dauert?
 - d) Wie groß sind die Geschwindigkeiten wenn die Stöße in Teilaufgabe a) vollkommen elastische erfolgen? In welche Richtungen bewegen sich die Fahrzeuge nach der Wechselwirkung?
20. Untersuchen Sie den Stoß eines Körpers K_1 der Masse m_1 gegen eine Wand ($m_2 \rightarrow \infty$)!
- a) Zeigen Sie, dass für die Impulsänderung von K_1 gilt: $\Delta p = |2 \cdot p_1|$
Warum ist die Impulsänderung größer als der Impuls vor der Wechselwirkung?
 - b) Wie groß ist die Energieänderung?
Trifft die Aussage von a) auch auf die Energie zu? Begründen Sie!
 - c) Zeigen Sie allgemein, dass gilt: $u_1 = -v_1$ und $u_2 = 0$
 - d) Überprüfen Sie für den betrachteten Fall allgemein, ob der Impuls- und der Energieerhaltungssatz gültig sind!
21. An einem Ablaufberg rollt ein Güterwagen der Masse $14,0 \text{ t}$ mit einer Geschwindigkeit von $10,0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ gegen einen ruhenden Wagen.
- a) Der zweite Wagen bewegt sich nach der Wechselwirkung mit einer Geschwindigkeit von $6,5 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.
Bestimmen Sie die Masse des zweiten Wagens und die Geschwindigkeit des ersten Wagens!
 - b) Welche gemeinsame Geschwindigkeit haben beide Güterwagen, wenn sie sich beim Zusammenstoß verkeilen?
22. Ein Körper K_1 der Masse $m_1 = 1,0 \text{ kg}$ trifft vollkommen elastisch mit einer Geschwindigkeit von $10,0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ gegen einen vor ihm bewegten Körper K_2 , der sich genau halb so schnell bewegt.
- Körper K_1 hat nach dem Zusammenstoß eine Geschwindigkeit von $6,0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.
- a) Welche Masse hat der Körper K_2 ?
 - b) Welche Geschwindigkeit hat der Körper K_2 nach dem Zusammenstoß?
 - c) Auf welchen der beiden Körper wurde Impuls und Energie übertragen?
Geben Sie die übertragenen Impulse und Energien auch numerisch an!

23. Beim Verlegen von Abwasserleitungen in 4,0 m Tiefe werden zum Schutz gegen seitlich abrutschendes Erdreich Eisenschienen ($m_1 = 250 \text{ kg}$) senkrecht in den Boden gerammt. In einem speziellen Fall trifft eine Masse von 350 kg aus einer Höhe von 2,5 m auf eine solche Schiene (unelastischer Stoß) und treibt Sie dabei 3,0 cm tief in den Boden.

- Erläutern Sie den unelastischen Stoß mit Hilfe von Erhaltungssätzen.
- Welche Geschwindigkeiten besitzen beide Massen unmittelbar nach dem Stoß?
- Innerhalb der 3,0 cm werden die beiden Massen vollkommen abgebremst. Berechnen Sie die Bremsverzögerung, die vorhandene Reibungskraft und den Energieverlust.

Leiten Sie für den Energieverlust die Beziehung $\Delta E = -g \cdot h \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$ her.

24. Ein Straßenbahnwagen von 4,0 t Masse fährt mit $v_1 = 2,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ gegen einen ruhenden Wagen der Masse 2,5 t, wobei die Kupplung sofort einrastet.

- Mit welcher gemeinsamen Geschwindigkeit fahren die beiden Wagen weiter?
- Berechnen Sie den Energieverlust in Prozent!

Hinweis: Sie können zur Berechnung die Beziehung $\Delta E = \frac{1}{2} \cdot (m_1 \cdot (u^2 - v_1^2) + m_2 \cdot u^2)$ nutzen, müssen Sie dann aber herleiten!

25. Ein Güterwagen der Masse m_1 stößt elastisch gegen einen stillstehenden Wagen der Masse m_2 . In welchem Verhältnis $\frac{m_1}{m_2}$ stehen die Massen, wenn beide Wagen mit gleichem Betrag der Geschwindigkeit entgegengesetzt auseinander fahren.

26. Zwei elastische Kugeln, deren Massen m_1 und m_2 sich wie $1 : \frac{1}{2}$ verhalten, sind an parallelen Fäden nebeneinander so aufgehängt, dass sie sich genau seitlich in Höhe ihrer Schwerpunkte berühren. Kugel 1 werde ausgelenkt und dann sich selbst überlassen.

Zeigen Sie, dass gilt: $u_2 = \frac{4}{3} \cdot v_1$

27. Zwei elastische Kugeln, deren Massen m_1 und m_2 sich wie $1 : \frac{1}{4}$ verhalten, sind an parallelen Fäden nebeneinander so aufgehängt, dass sie sich genau seitlich in Höhe ihrer Schwerpunkte berühren. Kugel 1 werde ausgelenkt und dann sich selbst überlassen.

Zeigen Sie, dass gilt: $u_2 = \frac{8}{5} \cdot v_1$

28.

- Eine Stahlkugel ($m = 4,00 \text{ kg}$), wie sie beim Kugelstoßen verwendet wird, fällt aus 1,5 m Höhe in den Sand und bleibt dort liegen. Welche Kraft wirkt auf den Boden, wenn als Stoßdauer $1,0 \mu\text{s}$ angenommen wird?
- Erklären Sie das Prinzip des Raketenantriebes. Wie kann man die Schubkraft bestimmen?

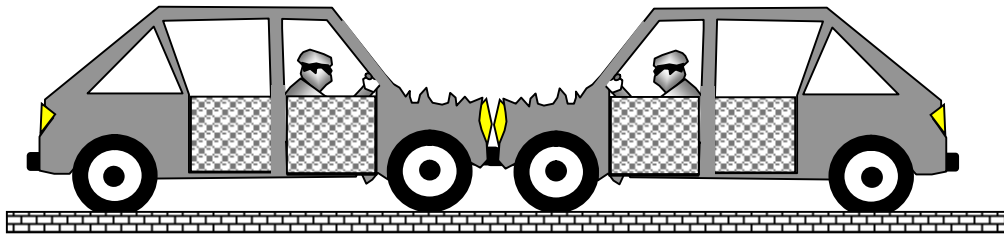
29. Das Luftgewehr-Kugel der Masse 5,0 g trifft auf einen frei aufgehängten Holzklötz der Masse 1,25 kg und bleibt in ihm stecken. Dadurch wird der Holzklötz mit einer Geschwindigkeit u ausgelenkt und dabei um die Höhe von 4,5 mm angehoben.
- a) Berechnen Sie die Geschwindigkeit u , die Holzklötz und Kugel nach dem unelastischen Stoß haben.

b) Zeigen Sie, dass für die Anfangsgeschwindigkeit der Kugel gilt: $v_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$

Berechnen Sie v_1 .

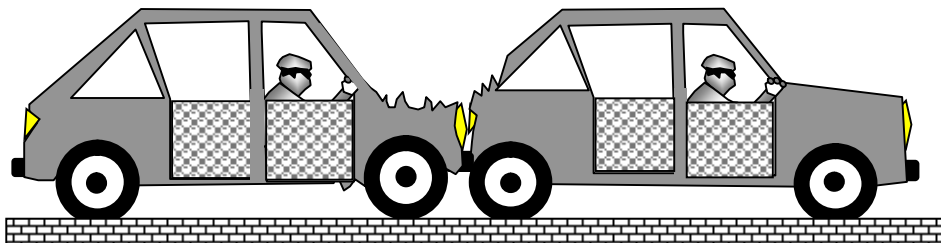
30. Zwei PKW mit jeweils gleicher Masse (1,20 t) stoßen frontal zusammen. Ihre Geschwindigkeit betrug vor dem Stoß $80,0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ bzw. $90,0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

- a) Welche Geschwindigkeit (in $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ und $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$) hatten die ineinander verkeilten Autos nach dem Zusammenstoß?
- b) Wie groß ist der Energieverlust?
Wie viel Prozent der Energie wurde zur Verformung „verbraucht“?
- c) Welche Kraft wirkt auf den schnelleren PKW, wenn der Zusammenstoß 0,8 s dauert?



31. Ein Wagen der Masse $m_1 = 1500 \text{ kg}$ fährt mit überhöhter Geschwindigkeit v_1 auf einen zweiten Wagen der Masse $m_2 = 1,2 \text{ t}$, der mit $v_2 = 72,0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ fährt. Die beiden Wagen fahren zunächst völlig verkeilt mit der gemeinsamen Geschwindigkeit von $u = 95,0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ weiter.

- a) Welche Geschwindigkeit v_1 hatte Wagen 1 kurz vor dem Zusammenstoß?
- b) Wie groß wäre die gemeinsame Geschwindigkeit, wenn sich Wagen 1 an die zulässige Höchstgeschwindigkeit gehalten hätte?
- c) Wie groß ist der Kraftunterschied auf einen 75 kg schweren Fahrer im langsameren Auto zwischen den Fällen a) und b), wenn der Aufprall 0,5 s dauert?
- d) Welche Energie wird durch den Zusammenstoß (Teilaufgabe a) in Verformungsarbeit und Wärme umgewandelt?



32. Mit einem Stoßpendel soll die Geschwindigkeit einer Luftgewehrkugel bestimmt werden.

- a) Zeigen Sie mit Hilfe des Energie- und des Impulserhaltungssatzes, dass sich die Geschwindigkeit der Luftgewehrkugel nach den Beziehungen

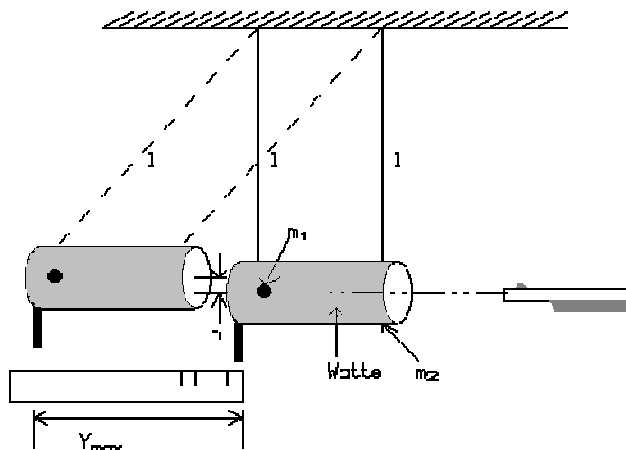
$$v_0 = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \cdot y_{\max} \cdot \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

$$v_0 = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \cdot y_{\max} \cdot \frac{2\pi}{T}$$

ergibt.

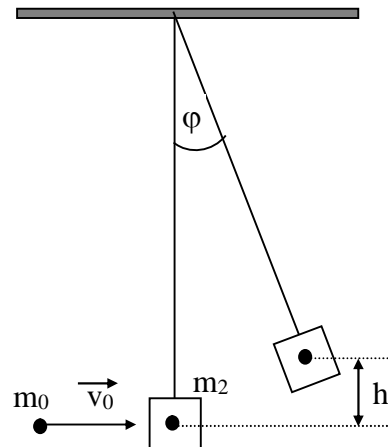
- b) In einem solchen Experiment wurden ermittelt:

Masse einer Luftgewehrkugel: 0,55 g Schwingungsdauer: 2,77 s
 Masse des Pendels: 240,0 g maximaler Pendelausschlag: 18,0 cm
 Berechnen Sie mit den Messwerten die Geschwindigkeit der Luftgewehrkugel.



33. Um die Geschwindigkeit eines Geschosses zu bestimmen, wird das Geschoss auf ein Pendel der Masse m_2 geschossen und bleibt in ihm stecken. Das Pendel wird dadurch ausgelenkt und um die Höhe h gehoben.

- a) Welche Art des Stoßes liegt vor? Begründen Sie!
 b) Beschreiben Sie, wie man mit einer solchen Anordnung die Geschwindigkeit eines Geschosses bestimmen kann. Entwickeln Sie die entsprechende Gleichung zur Berechnung der Geschwindigkeit.
 c) Wie groß ist die Geschwindigkeit, wenn das Geschoss eine Masse von 15 g und das Pendel eine Masse von 4 kg haben. Das Pendel wird um 8 cm gehoben.
 d) Wie groß ist der prozentuale Fehler der Geschwindigkeit, wenn nach Herstellerangaben die Mündungsgeschwindigkeit des Geschosses $350 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ betragen soll?



34. Eine Masse $m = 0,5 \text{ kg}$ hängt an einem Faden der Länge $\ell = 50 \text{ cm}$. Die Masse wird um den Winkel $\alpha_0 = 30^\circ$ aus der Vertikalen ausgelenkt und losgelassen.

- a) Wie groß ist die Geschwindigkeit v_0 der Masse am untersten Punkt der Bewegung bei Vernachlässigung der Luftreibung?
 b) Wie groß ist die Zugkraft im Faden am untersten Punkt der Bewegung im Verhältnis zur Gewichtskraft der Masse?
 c) Welches Verhältnis entsteht bei $\alpha_1 = 90^\circ$?

35. Ein Traktor zieht einen Wagen ($m = 3,10 \text{ t}$) auf ebener Straße. Die Reibungszahl beträgt 0,15 und die Durchschnittsgeschwindigkeit $20,0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

- a) Welche Arbeit verrichtet der Traktor am Wagen auf einem Weg von 2,0 km?
 b) Welche Leistung vollbringt der Traktor?

36. Ein Fahrradfahrer (Modell Punktmasse) rollt ohne zu treten (siehe Abbildung) aus der Ruhe in der Höhe h_1 beginnend einen Abhang hinunter.
- Welche Energieumwandlungen finden bei reibungsfreier Fahrt bis x_3 statt?
 - Formulieren Sie den Energieerhaltungssatz mit den Größen $h_1, h_2, h_3, v_1, v_2, v_3$ und v_4 bei reibungsfreier Fahrt. Kennzeichnen Sie die Größen, die den Wert Null besitzen!
 - Welche Geschwindigkeit erreicht der Skifahrer an den Stellen x_2, x_3 und x_4 bei reibungsfreier Fahrt? Die Höhen gegenüber h_3 betragen: $h_2 = 10,0$ m, $h_1 = 15,0$ m.
 - In welcher Höhe h_5 hätte der Skifahrer bei reibungsfreier Fahrt die Hälfte seiner Maximalgeschwindigkeit erreicht?
 - Sind die in c) und d) berechneten Ergebnisse realistisch? Begründen Sie!
- Wie groß ist die Reibungsarbeit, wenn der Skifahrer ($m = 75$ kg) an der Stelle x_4 zum Stillstand kommt?
- Wie groß ist näherungsweise die Reibungszahl, wenn von (1) bis (3) ein Weg von 40 m zurückgelegt wurde?

