# Abitur - Leistungskurs Physik

# Sachsen-Anhalt 2004
# (geschrieben am 05.05.2004)

## Thema 3: Physik des Autos

### 1. Induktive und kapazitive Widerstände

1.1 Die Aufgabe einer Zündspule ist es, die vorhandene Niederspannung der elektrischen Anlage in die erforderliche Hochspannung umzuwandeln.

Leiten Sie aus dem Induktionsgesetz die Gleichung zur Berechnung der Induktivität einer Spule her. Nutzen Sie diese Gleichung zur Erläuterung einer prinzipiellen Möglichkeit der Erzeugung einer hohen Zündspannung.

Berechnen Sie die induzierte Spannung.

1.2 Bei elektrischen Schaltvorgängen können unerwünschte Funken entstehen. Um die negative Wirkung zu vermindern, werden in den Stromkreis Kondensatoren eingebaut. Im folgenden Versuch soll die Wirkung von Kondensatoren untersucht werden. In Schaltung 2 (Bild 2) wird eine zusätzliche Wechselspannung angelegt, die eine Störung simulieren soll.

Vergleichen Sie die Helligkeit der Lampen gleicher Bauart $L_1$ und $L_2$ in Schaltung 1 (Bild 1) und anschließend in Schaltung 2 (bild 2). Begründen Sie Ihre Aussagen.

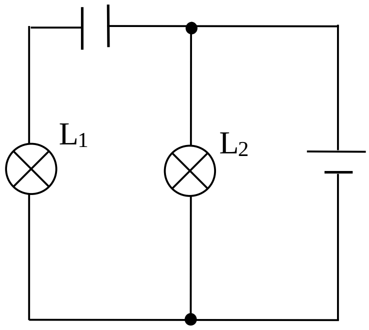



Bild 1

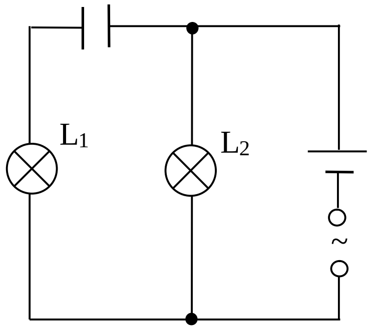



Bild 2

1.3 Ein ausgebauter Entstörkondensator wurde über einen Widerstand von R = 1 kΩ entladen. ZU Beginn lag an dem Kondensator eine Spannung von $U_0$ = 24,4 V an. Nach 10 s wurde eine Spannung von 2,79 V gemessen.
Die Entladung eines Kondensators über einen konstanten Widerstand wird mit folgenden Gleichungen beschrieben: $U(t) = U_0 \cdot e^{-\left(\frac{t}{R \cdot C}\right)}$ und $I(t) = I_0 \cdot e^{-\left(\frac{t}{R \cdot C}\right)}$
Berechnen Sie aus den gemessenen Größen die Kapazität des Kondensators und die gespeicherte Ladung zu Beginn. (Ergebnis zur Kontrolle: C = 4700 μF)
Zeichen Sie das zugehörige U(t)-Diagramm.
Zeichnen Sie in dasselbe Koordinatensystem eine zweite Entladekurve für einen doppelt so großen Widerstand R.

Berechnen Sie, nach welcher Zeit für R = 1 kΩ gilt: $U = \frac{1}{2} \cdot U_0$

## 2. Verbrennungsmotoren

2.1 Beschreiben Sie den prinzipiellen Aufbau und erläutern Sie die prinzipielle Wirkungsweise des Viertakt-Ottomotors oder des Viertakt-Dieselmotors.

2.2. Vereinfacht können die realen Prozesse von Verbrennungsmotoren durch ideale Kreisprozesse ersetzt werden (Bild 3 bzw. Bild4).

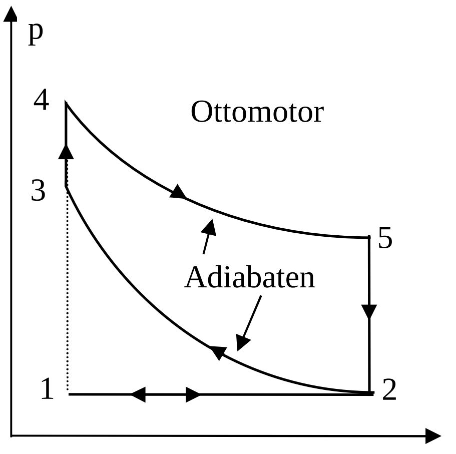



Bild 3

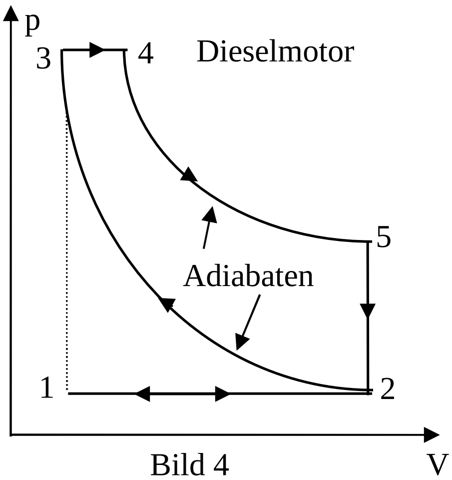



Bild 4

Nennen Sie die im p(V)- Diagramm im Bild 3 oder im Bild 4 dargestellten Zustandsänderungen und wenden Sie jeweils den 1. Hauptsatz der Thermodynamik darauf an.

Erläutern Sie, wie man aus einem solchen p(V)-Diagramm die Nutzarbeit pro Umlauf näherungsweise ermitteln kann.

2.3 In einem Zylinder herrscht während des 3. Taktes zu dem im Bild 5 dargestellten Zeitpunkt ein Druck von p = 10,8 bar.
Für den Zylinder gelten folgende Daten:

- Kolbendurchmesser: $d = 82{,}5$ mm
- Länge der Pleuelstange: $\ell = 140$ mm
- Kurbelwellenradius: $r_K = 35$ mm
- Winkel: $\alpha = 60°$

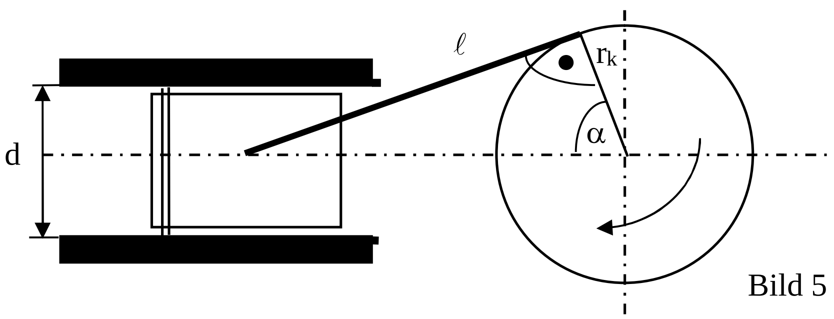



Bild 5

Berechen Sie das Drehmoment, welches an der Kurbelwelle entsteht.

## 3. Boxenstopp

Bei einem Formel-1-Rennen befindet sich ein Rennwagen 1 beim Tankstopp, welcher vom Ende der Einfädellinie 140 m entfernt ist. Im Moment des Losfahrens dieses Rennwagens befindet sich ein weiterer Rennwagen 2, der eine konstante Geschwindigkeit von $300\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$ hat, genau 350 m vor dem Ende der Einfädellinie (Bild 6).
Vereinfacht kann angenommen werden, dass ein Rennwagen der Formel 1 aus dem Stand innerhalb von 2 Sekunden seine Beschleunigung gleichmäßig auf $11{,}5\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$ erhöhen und diesen Wert noch weitere vier Sekunden halten kann.

Entscheiden Sie durch Rechnung, ob der Rennwagen 1 vor dem Rennwagen 2 das Ende der Einfädellinie passiert.
(Ergebnis zur Kontrolle: Geschwindigkeit nach zwei Sekunden $v_1 = 11{,}5\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$)

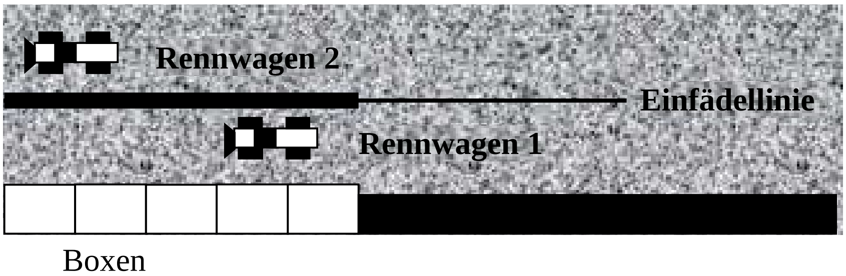



Bild 6

**Lösungen zur Aufgabe 1:**

1.1 Herleitung der Gleichung für die Induktivität:

Aus dem Induktionsgesetz

$U_{ind} = -N \cdot \dot{\Phi} = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt}$ folgt mit $\Phi = B \cdot A$ und mit $A = \text{konst.}$

$U_{ind} = -N \cdot A \cdot \frac{dB}{dt}$ mit $B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{I \cdot N}{\ell}$ ergibt sich:

$$U_{ind} = -N \cdot A \cdot \frac{d\left(\mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{I \cdot N}{\ell}\right)}{dt}$$

Da es sich um ein Selbstinduktion handelt, ist der Quotient $\frac{N}{\ell} =$ konstant.

Somit ergibt sich das Induktionsgesetzt in der Form:

$$U_{ind} = -\frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot N^2 \cdot A}{\ell} \cdot \frac{dI}{dt}$$

Der Term $\mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N^2 \cdot A}{\ell}$ enthält nur Größen, die während des Induktionsvorganges nicht verändert werden und wird als Induktivität (Maß des Induktionsvermögens) bezeichenet.

$$\underline{L = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N^2 \cdot A}{\ell}}$$

Damit nimmt das Induktionsgesetzt für die Selbstinduktion folgende Form an:

$$U_{ind} = -L \cdot \frac{dI}{dt}$$

Erläuterung prinzipieller Möglichkeiten für hohe Zündspannung:

Nach $U_{ind} = -L \cdot \frac{dI}{dt}$ ergibt sich:

(1) $\frac{dI}{dt} =$ konst. $\Rightarrow |U_{ind}| \sim L \Rightarrow |U_{ind}| \sim \mu_r \cdot \frac{N^2 \cdot A}{\ell}$

Damit ergibt sich:
Verwendung einer Zündspule mit

- großer Windungszahl
- großem Spulenquerschnitt
- kleiner Spulenlänge
- Verwendung einer Spulenfüllung mit hoher relativer Permeabilität

(2) $L =$ konstant $\Rightarrow |U_{ind}| \sim \frac{dI}{dt}$

Der Induktionsvorgang sollte so ausgeführt werden, dass in möglichst kleinen Zeitabschnitten große Stromstärkeänderungen hervorgerufen werden.

Berechnung der Induktionsspannung:

$U_{ind} = -L \cdot \frac{dI}{dt}$ mit $L = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N^2 \cdot A}{\ell}$ ergibt sich für die Berechnung:

$U_{ind} = -\mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N^2 \cdot A}{\ell} \cdot \frac{dI}{dt}$

Wegen der linearen Stromstärkeänderung sind Differential- und Differenzenquotienten gleich, also: $\frac{dI}{dt} = \frac{\Delta I}{\Delta t}$

$U_{ind} = -\mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N^2 \cdot A}{\ell} \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$

$U_{ind} = -4\pi \cdot 10^{-7}\,V\,s \cdot A^{-1} \cdot m^{-1} \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot \frac{1{,}5^2 \cdot 10^8 \cdot 3 \cdot 10^{-4}\,m^2}{0{,}05\,m} \cdot \frac{1{,}4 \cdot 10^{-2}\,A}{2 \cdot 10^{-3}\,s}$

$$[U_{ind}] = \frac{V \cdot \cancel{s} \cdot \cancel{A^{-1}} \cdot m^{-1} \cdot m^2 \cdot \cancel{A}}{m \cdot \cancel{s}} = V$$

$U_{ind} = -23757{,}23\,V = \underline{-23{,}76\,kV}$

1.2 Schaltung – Bild 1:

- $L_1$ leuchtet nicht
- $L_2$ leuchtet

Begründung:

- $L_2$ ist direkt an die Gleichspannungsquelle angeschlossen.
- $L_1$ ist zum Kondensator in Reihe geschaltet, beide parallel zu $L_2$
  - Der Kondensator lädt sich bei Gleichspannung auf und stellt dann einen (theoretisch) unendlich großen Widerstand dar, so dass ein Stromfluss durch $L_2$ nicht möglich ist..

Schaltung – Bild 2:

- $L_1$ leuchtet
- $L_2$ leuchtet, aber stärker als $L_1$

Begründung:

- Gleichspannung schwankt um den Wert der Wechselspannung
  - Ist deren Frequenz hinreichend hoch, hat das auf die Wärmeentwicklung (Joulsche Wärme) und die dadurch hervorgerufene Leuchtwirkung der Lampen keinen Einfluss.
- $L_2$ leuchtet mit konstanter Helligkeit, an ihr liegt die Gesamtspannung an.
- $L_1$ leuchtet ebenfalls, da der Kondensator im Wechselstromkreis einen endlichen Widerstand darstellt, aber nur für den Wechselspannungsanteil der Gesamtspannung.
- Dieser Wechselspannungsanteil fällt in der Reihenschaltung über Kondensator und $L_1$ ab, teilt sich also. Somit leuchtet $L_1$ nicht so stark wie $L_2$.

1.3 Berechnung der Kapazität des Kondensators:

$$U = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

$$\frac{U}{U_0} = e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

$$\ln\left(\frac{U}{U_0}\right) = -\frac{t}{R \cdot C}$$

$$C = -\frac{t}{R \cdot \ln\left(\frac{U}{U_0}\right)} \qquad [C] = \frac{s}{\Omega} = \frac{s \cdot A}{V} = F$$

$$C = -\frac{10\,s}{10^3\,\Omega \cdot \ln\left(\frac{2{,}79\,V}{23{,}4\,V}\right)} = 4{,}702 \cdot 10^{-3}\,F = \underline{4702\,\mu F}$$

Berechnung der gespeicherten Ladung:

$$C = \frac{Q_0}{U_0}$$

$$Q_0 = C \cdot U_0 = 4{,}7 \cdot 10^{-3}\,A\,s \cdot V^{-1} \cdot 23{,}4\,V = \underline{0{,}11 C} \qquad [Q] = As = C$$

oder mit $C = -\frac{t}{R \cdot \ln\left(\frac{U}{U_0}\right)}$ ergibt sich:

$$Q_0 = -\frac{t \cdot U_0}{R \cdot \ln\left(\frac{U}{U_0}\right)} = -\frac{10\,s \cdot 23{,}4\,V}{10^3\,V \cdot A^{-1} \cdot \ln\left(\frac{2{,}79\,V}{23{,}4\,V}\right)} = \underline{0{,}11 C} \qquad [Q] = \frac{s \cdot V}{V \cdot A^{-1}} = As = C$$

U(t)-Diagramm:

Berechnung von Stützwerten (mindestens drei):

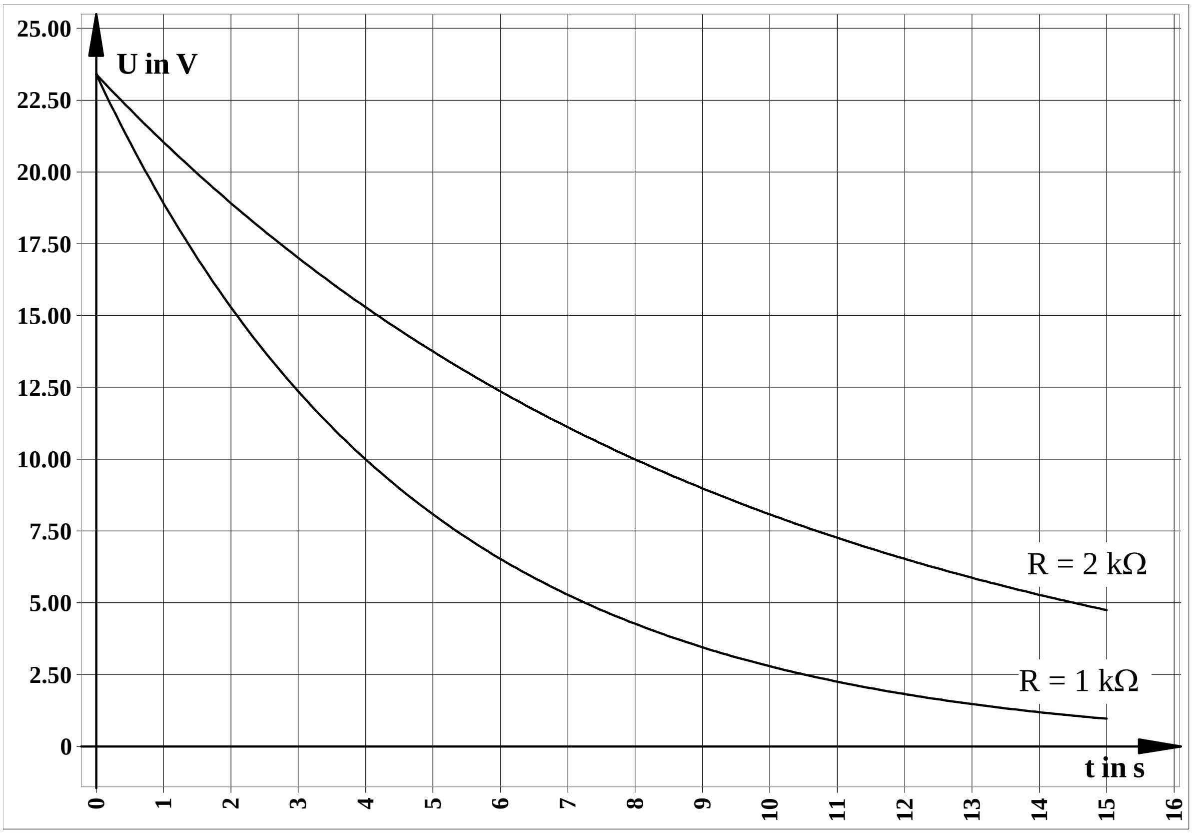
$$U = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

$$U_{1s} = 23{,}4\,V \cdot e^{-\frac{1s}{10^3\,V \cdot A^{-1} \cdot 4{,}7 \cdot 10^{-3}\,As \cdot V^{-1}}} = 18{,}92\,V$$

| t in s | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| U in V | 18,9 | 15,3 | 12,4 | 10,0 | 8,1 | 6,5 | 5,3 | 4,3 | 3,5 | 2,8 | 1,8 |

Für den Widerstand von 2 kΩ ergeben sich nach gleicher Rechnung:

| t in s | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| U in V | 21,0 | 18,9 | 17,0 | 15,3 | 13,8 | 12,4 | 11,1 | 10,0 | 9,0 | 8,1 | 6,5 |




Berechnung der Zeit:

$$U = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

$$\frac{U}{U_0} = e^{-\frac{t}{R \cdot C}} \qquad \text{mit } U = \frac{1}{2} U_0$$

$$\ln(2) = -\frac{t}{R \cdot C}$$

$$t = R \cdot C \cdot \ln(2)$$

$$t = 10^3 V \cdot A^{-1} \cdot 4{,}7 \cdot 10^{-3} A\,s \cdot V^{-1} \cdot \ln(2) = \underline{3{,}26\,s}$$

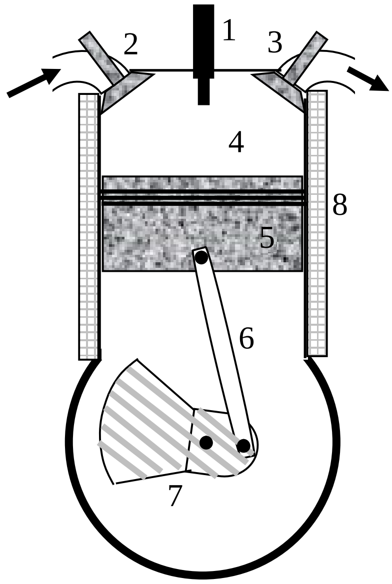
**Lösungen zur Aufgabe 2:**

Hinweis: Laut Aufgabenstellung ist nur der Otto- **oder** der Dieselmotor zu bearbeiten!

2.1 Aufbau und Wirkungsweise des Viertaktmotors:

Schematische Darstellung muss enthalten:

1. Zündkerze bzw. Einspritzdüse
2. Einlassventil
3. Auslassventil
4. Zylinder
5. Kolben
6. Pleuelstange
7. Kurbelwelle
8. Zylinder




Ottomotor:

| | 1.Takt | 2. Takt | 3. Takt | 4.Takt |
|---|---|---|---|---|
| Einlassventil | geöffnet | geschlossen | geschlossen | geschlossen |
| Auslassventil | geschlossen | geschlossen | geschlossen | geöffnet |
| Richtung der Kolbenbewegung | Kurbelwelle | Zylinderkopf | Kurbelwelle | Zylinderkopf |
| Vorgang | Ansaugen des Kraftstoff-Luft-Gemisches (über Vergaser) | Komprimieren der Gemisches | Zünden des Gemisches durch Zündfunke, explosionsartige Verbrennung | Ausschieben des verbrannten Kraftstoff-Luft-Gemisches |

Dieselmotor:

| | 1.Takt | 2. Takt | 3. Takt | 4.Takt |
|---|---|---|---|---|
| Einlassventil | geöffnet | geschlossen | geschlossen | geschlossen |
| Auslassventil | geschlossen | geschlossen | geschlossen | geöffnet |
| Richtung der Kolbenbewegung | Kurbelwelle | Zylinderkopf | Kurbelwelle | Zylinderkopf |
| Vorgang | Ansaugen der Luft | Komprimieren der Luft | Einsritzen des Dieselkraftstoffes, Selbstzündung des Gemisches, explosionsartige Verbrennung | Ausschieben des verbrannten Kraftstoff-Luft-Gemisches |

2.2 Zustandsänderungen und 1. Hauptsatz der Thermodynamik

a) Ottomotor:

- $1 \rightarrow 2$: isobare Expansion
  offenes System (Einlassventil geöffnet), 1. HS nicht anwendbar

- $2 \rightarrow 3$: adiabatische Kompression
  $\Delta U_{2,3} = Q_{2,3} + W_{V_{2,3}}$ $\qquad Q_{2,3} = 0$
  $\Delta U_{2,3} = W_{V_{2,3}}$
  mit $V_3 < V_2 \Rightarrow W_{V_{2,3}} > 0,$ Arbeit wird zugeführt
  $\Rightarrow \Delta U_{2,3} > 0,$ also $U_3 > U_2 \;\Leftrightarrow$ Temperaturanstieg $T_3 > T_2$

- $3 \rightarrow 4$: isochore Erwärmung
  $\Delta U_{3,4} = Q_{3,4} + W_{V_{3,4}}$ $\qquad W_{V_{3,4}} = 0,$ da V = konstant
  $\Delta U_{3,4} = Q_{3,4}$
  mit $T_4 > T_3 \Rightarrow Q_{3,4} > 0,$ Wärme wird zugeführt (chemische Energie)
  $\Rightarrow$ zugeführte Wärme wird direkt in innere Energie umgesetzt.
  $\Rightarrow \Delta U_{3,4} > 0,$ also $U_4 > U_3 \;\Leftrightarrow$ Temperaturanstieg $T_4 > T_3$

- $4 \rightarrow 5$: adiabatische Expansion
  $\Delta U_{4,5} = Q_{4,5} + W_{V_{4,5}}$ $\qquad Q_{4,5} = 0$
  $\Delta U_{4,5} = W_{V_{4,5}}$
  mit $V_5 > V_4 \Rightarrow W_{V_{4,5}} < 0,$ Arbeit wird vom System verrichtet
  $\Rightarrow \Delta U_{4,5} < 0,$ also $U_5 < U_4 \;\Leftrightarrow$ Temperaturabnahme $T_5 < T_4$

- $5 \rightarrow 2$: isochore Abkühlung
  $\Delta U_{5,2} = Q_{5,2} + W_{V_{5,2}}$ $\qquad W_{V_{5,2}} = 0,$ da V = konstant
  $\Delta U_{5,2} = Q_{5,2}$
  mit $T_2 > T_5 \Rightarrow \Delta U_{5,2} < 0,$ also $U_2 < U_5$
  $\Rightarrow$ Abnahme der innere Energie führt zu direkter Wärmeabgabe
  $\Rightarrow Q_{5,2} < 0,$ Wärme wird abgegeben

- $2 \rightarrow 1$: isobare Kompression
  offenes System (Auslassventil geöffnet), 1. HS nicht anwendbar

b) Dieselmotor

- $1 \rightarrow 2$: isobare Expansion
  offenes System (Einlassventil geöffnet), 1. HS nicht anwendbar

- $2 \rightarrow 3$: adiabatische Kompression
  $\Delta U_{2,3} = Q_{2,3} + W_{V_{2,3}} \qquad Q_{2,3} = 0$
  $\Delta U_{2,3} = W_{V_{2,3}}$
  mit $V_3 < V_2 \Rightarrow W_{V_{2,3}} > 0$, Arbeit wird zugeführt
  $\Rightarrow \Delta U_{2,3} > 0$, also $U_3 > U_2 \;\Leftrightarrow\;$ Temperaturanstieg $T_3 > T_2$

- $3 \rightarrow 4$: isobare Expansion
  $\Delta U_{3,4} = Q_{3,4} + W_{V_{3,4}}$
  $\Delta U_{3,4} = Q_{3,4}$
  mit $T_4 > T_3 \Rightarrow Q_{3,4} > 0$, Wärme wird zugeführt (chemische Energie)
  $\Rightarrow$ zugeführte Wärme führt zur Erhöhung der innere Energie
  und zum Verrichten von mechanischer Arbeit.
  $\Rightarrow \Delta U_{3,4} > 0$, also $U_4 > U_3$, $\quad W_{V_{3,4}} > 0$

- $4 \rightarrow 5$: adiabatische Expansion
  $\Delta U_{4,5} = Q_{4,5} + W_{V_{4,5}} \qquad Q_{4,5} = 0$
  $\Delta U_{4,5} = W_{V_{4,5}}$
  mit $V_5 > V_4 \Rightarrow W_{V_{4,5}} < 0$, Arbeit wird vom System verrichtet
  $\Rightarrow \Delta U_{4,5} < 0$, also $U_5 < U_4 \;\Leftrightarrow\;$ Temperaturabnahme $T_5 > T_4$

- $5 \rightarrow 2$: isochore Abkühlung
  $\Delta U_{5,2} = Q_{5,2} + W_{V_{5,2}} \qquad W_{V_{5,2}} = 0$, da V = konstant
  $\Delta U_{5,2} = Q_{5,2}$
  mit $T_2 > T_5 \Rightarrow \Delta U_{5,2} < 0$, also $U_2 < U_5$
  $\Rightarrow$ Abnahme der innere Energie führt zu direkter Wärmeabgabe
  $\Rightarrow Q_{5,2} < 0$, Wärme wird abgegeben

- $2 \rightarrow 1$: isobare Kompression
  offenes System (Auslassventil geöffnet), 1. HS nicht anwendbar

Ermittlung der Nutzarbeit(Näherung):

- Die von den Adiabaten und den Isochoren (bzw. der Isobaren und Isochoren) eingeschlossene Fläche entspricht der pro Umlauf verrichteten Arbeit.
- Möglichkeiten der Bestimmung:
  - Auszählung des Flächeninhaltes bei Darstellung auf Millimeterpapier
  - Zerlegung in Teilflächen, z.B. Rechtecke mit $\Delta p_i$ und $\Delta V_i$, sowie deren Berechnung mit anschließender Summation

2.3 Berechnung des Drehmoments:

$\overrightarrow{M} = \vec{F} \times \vec{r} \Rightarrow M = F \cdot r \cdot \sin\left(\measuredangle\left(\vec{F},\vec{r}\right)\right)$ mit $\measuredangle\left(\vec{F},\vec{r}\right) = \alpha \Rightarrow$

$M = F \cdot r_k \cdot \sin(\alpha)$

$F = \Delta p \cdot A$ mit $\Delta p = (p - p_0)$ und $A = \frac{\pi}{4} \cdot d^2$ ergibt sich

$F = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot (p - p_0)$ eingesetzt in $(^1)$

$M = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot (p - p_0) \cdot r_k \cdot \sin(\alpha)$

$M = \frac{\pi}{4} \cdot \left(82,5 \cdot 10^{-3}\right)^2 m^2 \cdot (10,8 - 1,013) \cdot 10^5 \, N \cdot m^{-2} \cdot 35 \cdot 10^{-3} m \cdot \sin(60°)$

$\underline{M = 158,58 \, Nm}$

bei Vernachlässigung des äußeren Lufdrucks bzw. Betrachtung des gegebenen Drucks als Überdruck:

$M = \frac{\pi}{4} \cdot \left(82,5 \cdot 10^{-3}\right)^2 m^2 \cdot 10,8 \cdot 10^5 \, N \cdot m^{-2} \cdot 35 \cdot 10^{-3} m \cdot \sin(60°) = \underline{175 \, Nm}$

**Lösungen zur Aufgabe 3:**

3. <u>Zeit für Rennwagen 1:</u>

$$t_{R2} = \frac{s_2}{v_2} = \frac{350\,\mathrm{m}}{\frac{300}{3,6}\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}} = \underline{4,2\,\mathrm{s}}$$

<u>Rennwagen 2:</u>

Zeit 1 - Ungleichmäßig beschleunigte Bewegung innerhalb der ersten zwei Sekunden:

$$a = \frac{d\,v}{d\,t}$$

$$v_1 = \int_0^{\Delta t_1} a_1 \; d\,t \qquad \text{mit } a_1 = k \cdot t \text{ (linearer Anstieg)}$$

$$v_1 = \int_0^{\Delta t_1} k \cdot t \; d\,t$$

$$v_1 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot \Delta t_1^{\;2} \qquad \text{mit } k = \frac{a_1 - a_0}{\Delta t_1} = \frac{(11,5-0)\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}}{2\,\mathrm{s}} = \frac{23}{4}\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-3} = 5,75\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-3}$$

$$v_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{23}{4}\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-3} \cdot 4\,\mathrm{s}^2 = \underline{11,5\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}}$$

Innerhalb der ersten 2 s hat Wagen 1 eine Geschwindigkeit von 11,5 m $\cdot$ $\mathrm{s}^{-1}$ erreicht.

$$v_1(t) = \frac{d\,s_1}{d\,t}$$

$$s_1 = \int_0^{t_1} v_1(t)\; d\,t \;\; \text{mit } v_1 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot t^2$$

$$s_1 = \int_0^{t_1} \frac{1}{2} \cdot k \cdot t^2 \; d\,t = \frac{1}{6} \cdot k \cdot t_1^{\;3} \qquad \text{mit } k = \frac{23}{4}\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-3} \text{ ergibt sich:}$$

$$s_1 = \frac{1}{6} \cdot \frac{23}{4}\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-3} \cdot t_1^{\;3} = \frac{23}{24}\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-3} \cdot (2\,\mathrm{s})^3 = \frac{23}{3}\,\mathrm{m} = \underline{7,67\,\mathrm{m}}$$

Innerhalb der ersten 2 s hat Wagen 1 einen Weg von 7,67 m zurückgelegt.

Zeit 2 – gleichmäßig beschleunigte Bewegung:

$$a_2 = 11,5\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2},\; v_1 = 11,5\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1},\; s_1 = 7,67\,\mathrm{m},\; s = 140\,\mathrm{m}$$

$$s = \frac{a}{2} \cdot t_2^{\;2} + v_1 \cdot t_2 + s_1$$

$$0 = \frac{a}{2} \cdot t_2^{\;2} + v_1 \cdot t_2 + s_1 - s = t_2^{\;2} + \frac{2 \cdot v_1}{a} \cdot t_2 + \frac{2 \cdot (s_1 - s)}{a}$$

$$t_{2_{1,2}} = -\frac{v_1}{a} \pm \sqrt{\frac{v_1^{\;2}}{a^2} - \frac{2 \cdot (s_1 - s)}{a}} = -\frac{v_1}{a} \pm \sqrt{\frac{v_1^{\;2} - 2 \cdot a \cdot (s_1 - s)}{a^2}}$$

$$t_{2_{1,2}} = -\frac{v_1}{a} \pm \frac{1}{a} \cdot \sqrt{{v_1}^2 - 2 \cdot a \cdot (s_1 - s)}$$

$$t_{2_{1,2}} = -\frac{11{,}5\,m \cdot s^{-1}}{11{,}5\,m \cdot s^{-2}} \pm \frac{1}{11{,}5\,m \cdot s^{-2}} \cdot \sqrt{11{,}5^2\,m^2 \cdot s^{-2} - 2 \cdot 11{,}5\,m \cdot s^{-2} \cdot (7{,}67\,m - 140\,m)}$$

$$\left[t_{2_{1,2}}\right] = \frac{m \cdot s^{-1}}{m \cdot s^{-2}} \pm \frac{1}{m \cdot s^{-2}} \cdot \sqrt{m^2 \cdot s^{-2} - m \cdot s^{-2} \cdot m} = s \pm \frac{m \cdot s^{-1}}{m \cdot s^{-2}} = s$$

$$\underline{t_{2_1} = 3{,}90\,s,}\ t_{2_2} < 0 \notin L$$

$$t_{ges,R1} = t_1 + t_2 = 2\,s + 3{,}9\,s = \underline{5{,}9\,s}$$

Rennwagen 1 benötigt bis zum Erreichen der Einfädellinie 5,9 s.

Da der Rennwagen 2 nur 4,2 s bis zum gleichen Wegpunkt benötigt, erreicht Wagen 2 das Ende der Einfädellinie vor Rennwagen 1.

<u>Eine zweite Möglichkeit:</u>

Berechnung des Weges, den der Rennwagen 1 in den 4,2 Sekunden zurückgelegt hat:

Der Weg in den ersten 2 Sekunden wurde bereits berechnet, er beträgt $s_1$ = 7,67m.

$$s_{ges_1} = \frac{a}{2} \cdot \Delta t^2 + v_1 \cdot \Delta t + s_1 \qquad \text{mit } \Delta t = 4{,}2\,s - 2{,}0\,s = 2{,}2\,s$$

$$s_{ges_1} = \frac{11{,}5\,m \cdot s^{-2}}{2} \cdot 2{,}2^2\,m^2 \cdot s^{-2} + 11{,}5\,m \cdot s^{-1} \cdot 2{,}2\,s + 7{,}67\,m$$

$$\underline{s_{ges_1} = 60{,}8\,m}$$

Wenn der Rennwagen 2 die das Ende der Einfädellinie erreicht hat, beträgt der zurückgelegte Weg für Rennwagen 1 erst 60,8 m, Er ist damit noch 79,2 m vom Ende der Einfädellinie entfernt.

<u>v(t)-Diagramm für Rennwagen 1:</u>

Berechnung von Stützwerten für die ersten 2 Sekunden (mindestens drei):

$$v = 2{,}875\,m \cdot s^{-3} \cdot t^2$$

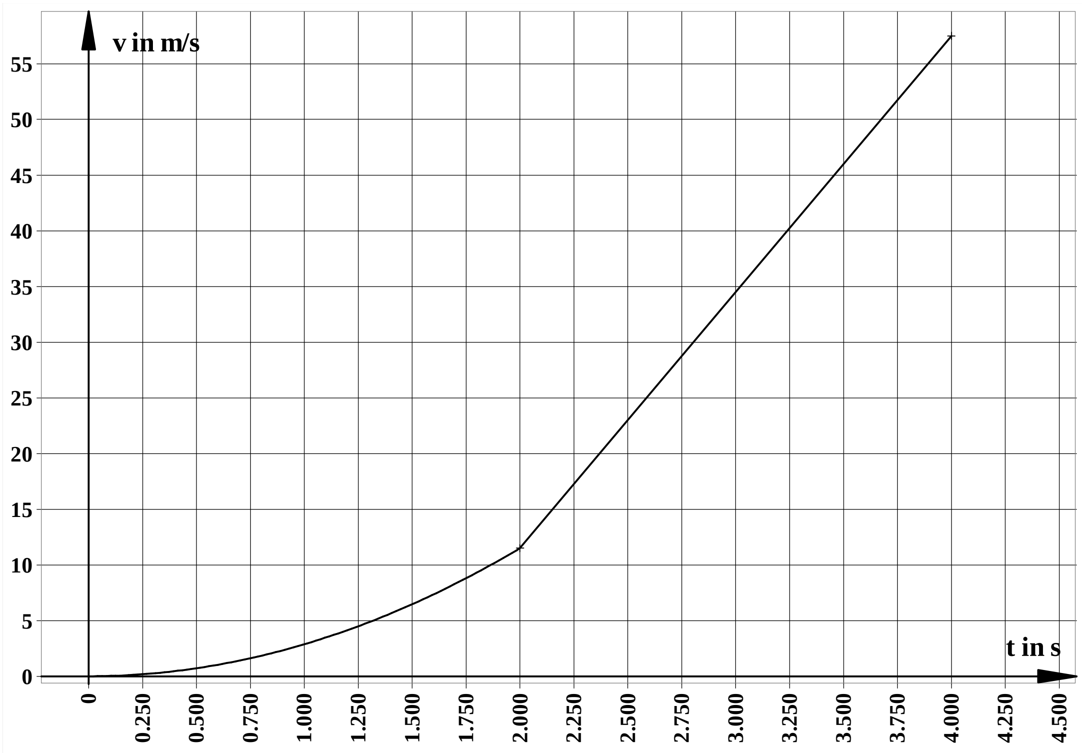
$$v_{0,5} = 2{,}875\,m \cdot s^{-3} \cdot 0{,}25\,s^2 = 0{,}72\,m \cdot s^{-1}$$

| t in s | 0,2 | 0,4 | 0,6 | 0,8 | 1,0 | 1,2 | 1,4 | 1,5 | 1,6 | 1,8 | 2,0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| U in V | 0,12 | 0,46 | 1,04 | 1,84 | 2,88 | 4,14 | 5,64 | 6,47 | 7,36 | 9,32 | 11,5 |

Die gleichmäßig beschleunigte Bewegung im 2. Abschnitt ergibt eine lineare Funktion.

$$v_2 = a \cdot t + v_1$$

$$v_2 = 11{,}5\,m \cdot s^{-2} \cdot 4{,}0\,s + 11{,}5\,m \cdot s^{-1} = 57{,}5\,m \cdot s^{-1}$$


v in m/s
t in s
55
50
45
40
35
30
25
20
15
10
5
0
0
0.250
0.500
0.750
1.000
1.250
1.500
1.750
2.000
2.250
2.500
2.750
3.000
3.250
3.500
3.750
4.000
4.250
4.500