# SCHRIFTLICHE ABITURPRÜFUNG 2000PHYSIK (LEISTUNGSKURS)

## Thema 3: Grundgesetze der klassischen Physik - Anwendung und Grenzen

### 1 Satellitenbewegung

Die Bewegung von Satelliten erfolgt im Allgemeinen auf Ellipsenbahnen nach den bekannten Kepler-Gesetzen. Dabei sind auch Kreisbahnen möglich.

1.1 Zeigen Sie, wie die Bahngeschwindigkeit v eines Erdsatelliten auf einer Kreisbahn in Abhängigkeit vom Bahnradius r berechnet werden kann und dass die Umlaufzeit T dem 3. Kepler-Gesetz folgt.

1.2 Leiten Sie die für die potenzielle Energie $E_{pot}$ Gravitationsfeld und die für die kinetische Energie $E_{kin}$ eines Satelliten auf einer Kreisbahn geltenden Beziehungen

$$E_{pot} = -\gamma \cdot \frac{m_E \cdot m_S}{r} \quad (1) \qquad \text{und} \qquad E_{kin} = \gamma \cdot \frac{m_E \cdot m_S}{2 \cdot r} \quad (2)$$

her ($m_E$ = Masse der Erde, $m_S$ = Masse des Satelliten, r = Kreisbahnradius des Satelliten).
(Hinweis: Gehen Sie bei der Herleitung von (1) von der Festlegung $E_{pot} = 0$ bei $r \to \propto$ aus.)

1.3 Beim Eintritt des Satelliten in die Atmosphäre tritt Reibung auf, trotzdem nimmt die Bahngeschwindigkeit zu (Satellitenparadoxon).
Zeigen Sie, dass die Zunahme der Geschwindigkeit trotz auftretender Reibung aus dem Energieerhaltungssatz folgt.

Lösung:

1.1

Bestimmung der Bahngeschwindigkeit:

$$|F_r| = |F_\gamma|$$

$$\frac{m_S \cdot v^2}{r} = \gamma \cdot \frac{m_E \cdot m_S}{r^2} \Rightarrow v = \sqrt{\gamma \cdot \frac{m_E}{r}}$$

$$\text{mit} \quad v = \frac{s}{T} = \frac{2 \quad \pi \cdot r}{T} \Rightarrow$$

$$\frac{2\pi \cdot r}{T} = \sqrt{\gamma \cdot \frac{m_E}{r}}$$

$$\frac{4\pi^2 \cdot r^2}{T^2} = \gamma \cdot \frac{m_E}{r}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot r^2}{\gamma \cdot m_E} \cdot r^3 \qquad \text{mit} \quad \frac{4\pi^2 \cdot r^2}{\gamma \cdot m_E} = \text{konst.} \Rightarrow \underline{T^2 \sim r^3}$$

oder über zwei Körper:

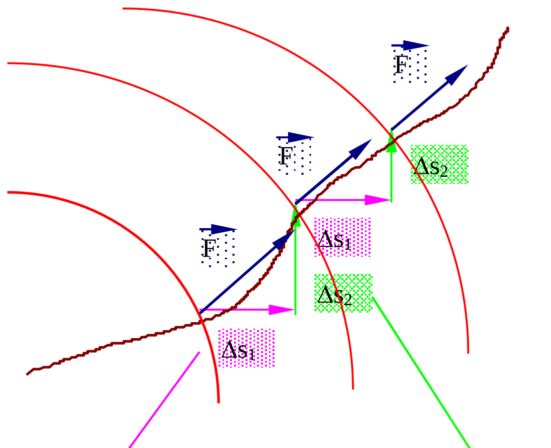
$$T_1^2 = \frac{4 \quad \pi^2 \cdot r^2}{\gamma \cdot m_E} \cdot r_1^3 \quad ; \quad T_2^2 = \frac{4 \quad \pi^2 \cdot r^2}{\gamma \cdot m_E} \cdot r_2^3$$

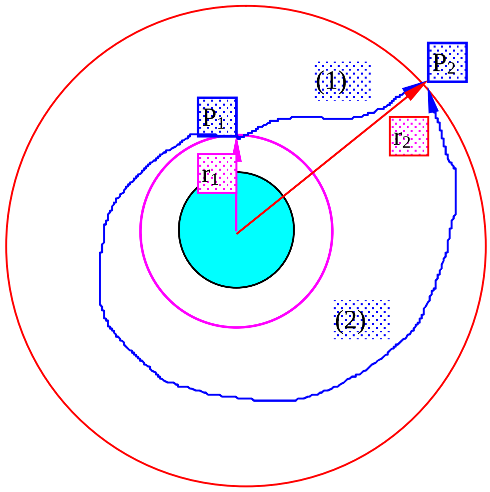
$$\gamma = \frac{4 \quad \pi^2 \cdot r^2}{T_1^2 \cdot m_E} \cdot r_1^3 \quad ; \quad \gamma = \frac{4 \quad \pi^2 \cdot r^2}{T_2^2 \cdot m_E} \cdot r_2^3$$

$$\frac{4 \quad \pi^2 \cdot r^2}{T_1^2 \cdot m_E} \cdot r_1^3 = \frac{4 \quad \pi^2 \cdot r^2}{T_2^2 \cdot m_E} \cdot r_2^3$$

$$\frac{r_1^3}{T_1^2} = \frac{r_2^3}{T_2^2} \Leftrightarrow \underline{\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{T_2^2}}$$

1.2




$$\boxed{W = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}\, d\vec{s} = \int_{r_1}^{r_2} F\, ds \cdot \cos\angle\left(\vec{F};\vec{s}\right)}$$

$$\angle\left(\vec{F};\Delta s_1\right) = 90° \quad \Rightarrow \cos\angle\left(\vec{F};\Delta s_1\right) = 0$$

$$\Rightarrow W_1 = \int_{r_1}^{r_2} F\; d\,s \cdot 0 = 0$$

*Bei der Verschiebung auf der Kreisperipherie wird keine Arbeit verrichtet.*

$$\angle\left(\vec{F};\Delta s_2\right) = 0° \quad \Rightarrow \cos\angle\left(\vec{F};\Delta s_1\right) = 1$$

$$\Rightarrow W_1 = \int_{r_1}^{r_2} F\; d\,s_2$$

*Nur bei der Verschiebung senkrecht zur Kreisperipherie wird Arbeit verrichtet.*

$$W_{1,2} = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}\, d\vec{s} = \int_{r_1}^{r_2} F\, ds \cdot \cos\angle\left(\vec{F};\vec{s}\right) \quad \text{mit} \quad \cos\angle\left(\vec{F};\vec{r}\right) = 1$$

$$W_{1,2} = \int_{r_1}^{r_2} F\, dr \quad \text{mit} \quad F = -\left(-\gamma \frac{m_P \cdot m_Z}{r^2}\right) \quad \left(\text{F ist entgegen der Gravitationskraft gerichtet}\right)$$

$$W_{1,2} = \int_{r_1}^{r_2} \gamma \frac{m_P \cdot m_Z}{r^2} dr = \gamma \cdot m_P \cdot m_Z \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r^2} dr$$

$$W_{1,2} = \gamma \cdot m_P \cdot m_Z \left[-\frac{1}{r}\right]_{r_1}^{r_2}$$

$$\underline{\underline{W_{1,2} = \gamma \cdot m_P \cdot m_Z \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{\Delta E_{pot} = \gamma \cdot m_P \cdot m_Z \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}}$$

Verschiebungsarbeit wird in Form von potentieller Energie des Satelliten auf der Kreisbahn gespeichert.

Wenn $r_2 > r_1 \left(r_e > r_a\right) \Rightarrow \frac{1}{r_2} < \frac{1}{r_1} \Rightarrow W_{1,2} > 0 \Rightarrow E_{pot}$ des Satelliten nimmt zu

Wenn $r_2 < r_1 \left(r_e < r_a\right) \Rightarrow \frac{1}{r_2} > \frac{1}{r_1} \Rightarrow W_{1,2} < 0 \Rightarrow E_{pot}$ des Satelliten nimmt ab

$\Rightarrow$ **Als Bezugspunkt der potenziellen Energie wird die unendlich weit entfernte Himmelskugel gewählt.**

$$E_{pot-\infty} = 0$$

$$E_{pot} = -\gamma \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot \left(\frac{1}{r_e} - \frac{1}{r_\infty}\right)$$

$$= -\gamma \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot \left(\frac{1}{r_e} - \frac{1}{\infty}\right) = -\gamma \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot \left(\frac{1}{r_e} - 0\right)$$

$$\underline{E_{pot} = -\frac{\gamma \cdot m_1 \cdot m_2}{r}} \qquad E_{pot} \text{ ist negativ !}$$

**Ein Körper der Masse $m_K$ im Abstand r von einem Zentralkörper der Masse $m_Z$ besitzt die negative potenzielle Energie** $\boxed{E_{pot} = -\frac{\gamma \cdot m_K \cdot m_Z}{r}}$ **, wenn man im Unendlichen $E_{pot-\infty} = 0$ setzt.**

## 2. Kinetische Energie

Wenn sich ein Körper im Gravitationsfeld bewegen soll, so muss er eine Geschwindigkeit besitzen, er hat demzufolge kinetische Energie.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m_K . v^2 \qquad \text{aus} \quad -F_r = F_\gamma$$

$$-\frac{m_K \cdot v^2}{r} = -\gamma \cdot \frac{m_K \cdot m_Z}{r^2}$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{\gamma \cdot m_Z}{r}$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m_K . \frac{\gamma \cdot m_Z}{r}$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\gamma \cdot m_K \cdot m_Z}{r} = -\frac{1}{2} E_{pot}$$

**Umläuft ein Körper der Masse $m_K$ im Abstand r einen Zentralkörper der Masse $m_Z$ ,so besitzt er die kinetische Energie** $\boxed{E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\gamma \cdot m_K \cdot m_Z}{r} = -\frac{1}{2} E_{pot}}$ **, wenn man im Unendlichen $E_{pot-\infty}$ = 0 setzt.**

1.3

$$E_{pot_A} + E_{kin_A} = E_{pot_E} + E_{kin_E} + W_R$$

$$\text{mit} \quad E_{kin} = -\frac{1}{2} \quad E_{pot} \Rightarrow \; E_{pot} = -2 \cdot E_{kin}$$

$$-2 \cdot E_{kin_A} + E_{kin_A} = -2 \cdot E_{kin_E} + E_{kin_E} + W_R$$

$$-E_{kin_A} = -E_{kin_E} + W_R$$

$$W_R = -E_{kin_A} + E_{kin_E}$$

da $E_{kin} \sim \frac{1}{r} \Rightarrow E_{kin}$ wird mit abnehmender Entfernung größer

$$\Rightarrow E_{kin_A} < \; E_{kin_E} \Rightarrow \Delta E_{kin} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{m}{2} \cdot v_E{}^2 > \frac{m}{2} \cdot v_E{}^2 \Rightarrow v_E{}^2 > v_E{}^2 \Rightarrow v_E > v_A \Rightarrow \underline{\Delta v > 0}$$

oder:

$$E_{pot_A} + E_{kin_A} = E_{pot_E} + E_{kin_E} + E_{th}$$

$$-E_{pot_A} + E_{kin_E} = E_{kin_E} - E_{kin_A} + E_{th}$$

$$-\Delta E_{pot} = \Delta E_{kin} + E_{th}$$

$$\text{mit} \quad E_{kin} = -\frac{1}{2} E_{pot} \Rightarrow \Delta E_{kin} = -\frac{1}{2} \Delta E_{pot}$$

$$\frac{1}{2} \Delta E_{pot} = \Delta E_{kin} + E_{th}$$

$$E_{th} = -\frac{1}{2} \Delta E_{pot} \quad \text{mit} \quad \Delta E_{pot} < 0 \Rightarrow -\Delta E_{pot} > 0$$

$$E_{th} = \Delta E_{kin} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{m}{2} \cdot v_E{}^2 > \frac{m}{2} \cdot v_E{}^2 \Rightarrow v_E{}^2 > v_E{}^2 \Rightarrow v_E > v_A \Rightarrow \underline{\Delta v > 0}$$

## 2 Millikan -Versuch

Zur Bestimmung der Elementarladung wird die Bewegung kleiner geladener Öltröpfchen zwischen den Platten eines horizontal gelagerten Kondensators beobachtet. Es wird jeweils die Bewegung eines geladenen Tröpfchens untersucht.

2.1 Im ersten Versuchsteil sinkt das kugelförmige Tröpfchen der Dichte $\rho$ im feldfreien Raum (E = 0), wobei es die konstante Fallgeschwindigkeit $v_F$ erreicht. Die Reibungskraft auf ein Teilchen mit dem Radius r in einem Medium der Zähigkeit $\eta$ (hier der Luft) beträgt nach *Stokes:* $F_R = 6\,\pi\cdot\eta\cdot r\cdot v$.

Erklären Sie das Zustandekommen der gleichförmigen Bewegung.

2.2 Im zweiten Versuchsteil werde eine veränderliche Spannung am Kondensator so reguliert, dass das Tröpfchen in der Schwebe gehalten wird.

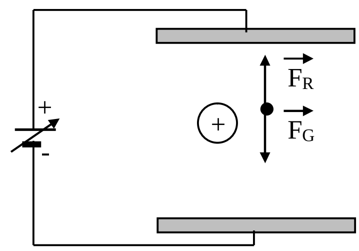
Betrachten Sie die auf das Tröpfchen wirkenden Kräfte und berechnen Sie die Ladung, wenn bekannt sind: elektrische Feldstärke $E = 4{,}5\ V\cdot cm^{-1}$, Teilchenradius r = 0,1 8 µm, Dichte $\rho = 0{,}9\ g\cdot cm^{-3}$ (der Auftrieb werde vernachlässigt).

2.3 Das in 2.2 betrachtete schwebende Tröpfchen beginnt plötzlich infolge der Anlagerung eines Ions zu steigen, wobei es die konstante Geschwindigkeit $v_s$ erreicht. Masse und Radius des Ions sind vernachlässigbar klein gegenüber denen des Tröpfchens.

Bestimmen Sie die Ladung $q_i$ des Ions, wenn für $v_s = 1{,}2\cdot 10^{-6}\ m\cdot s^{-1}$ ermittelt wurde und $\eta = 1{,}77\cdot 10^{-5}\ N\bullet s\bullet m^{-2}$ beträgt.
Begründen Sie, warum unter den gegebenen Bedingungen keine kleinere als die im Versuch ermittelte Geschwindigkeit $v_s$ gemessen werden kann.

Lösung:

2.1




- nach $F_R = 6\cdot\pi\cdot\eta\cdot r\cdot v_1$ nimmt Reibungskraft mit der Geschwindigkeit zu
- $F_R$ nimmt solange zu, bis Kräftegleichgewicht herrscht
- konstante Sinkgeschwindigkeit

2.2

Schwebefall:

$$F_{el} = F_G$$

$$Q\cdot E = m\cdot g \qquad \text{mit} \qquad m = \rho\cdot V = \rho\cdot\frac{4}{3}\pi\cdot r^3$$

$$Q\cdot E = \frac{4}{3}\pi\cdot r^3\cdot\rho\cdot g$$

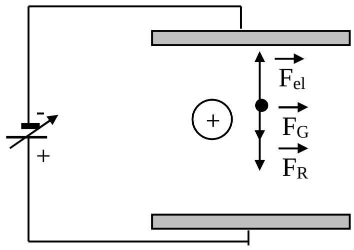
$$Q = \frac{4}{3}\pi\cdot\frac{r^3\cdot\rho\cdot g}{E}$$

$$= \frac{4}{3}\pi\cdot\frac{\left(0{,}18\cdot 10^{-6}\right)^3 m^3\cdot 900\,kg\cdot m^{-3}\cdot 9{,}81\,m\cdot s^{-2}}{450\,V\cdot m^{-1}} = \underline{4{,}79\cdot 10^{-19}\,As} \approx 3\cdot e$$

$$[Q] = \frac{m^3\cdot kg\cdot m^{-3}\cdot m\cdot s^{-2}}{V\cdot m^{-1}} = \frac{kg\cdot m^2\cdot s^{-2}}{V} = \frac{Nm}{V} = \frac{VAs}{V} = As = C$$

2.3

Wenn das Teilchen zu steigen beginnt, muss gelten:




da $\quad v_S = \text{konst.} \Rightarrow \quad F_{el} = F_G + F_R$

$$(q_i + Q) \cdot E = m \cdot g + 6\pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_S$$

$$q_i \cdot E + Q \cdot E = m \cdot g + 6\pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_S$$

da für Gleichgewicht gilt: $Q \cdot E = m \cdot g \Rightarrow$

$$q_i \cdot E = 6\pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_S$$

$$q_i = \frac{6\pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_S}{E}$$

$$q_i = \frac{6\pi \cdot 0{,}18 \cdot 10^{-6}\,\text{m} \cdot 1{,}77 \cdot 10^{5}\,\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2} \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-6}\,\text{m} \cdot \text{s}^{-1}}{480 \quad \text{V} \cdot \text{m}^{-1}} = \underline{1{,}60 \cdot 10^{-19}\,\text{A} \quad \text{s}}$$

$$[\ q_i\ ] = \frac{\text{m} \cdot \text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}{\text{V} \cdot \text{m}^{-1}} = \frac{\text{m} \cdot \text{N}}{\text{V}} = \frac{\text{VAs}}{\text{V}} = \text{As} = \text{C}$$

Begründung:

$q_i = e \Rightarrow$ kleinstmögliche Ladung

aus $\quad q_i = \dfrac{6\pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_S}{E} \quad$ folgt mit $\quad \dfrac{6\pi \cdot r \cdot \eta}{E} = \text{konst.}$

$q_i \sim v_S \Rightarrow \quad v_S = v_{min}$

# 3 Grenzen der klassischen Physik

Die klassische Physik hat einerseits ein breites Anwendungsfeld, andererseits auch ihre Grenzen. Zeigen Sie anhand der Entwicklung von Vorstellungen über das Atom, dass mit den Gesetzen der klassischen Physik das Verhalten von Mikroobjekten nicht widerspruchsfrei beschrieben werden kann.

Schwerpunkte:

- die Atommodelle von Rutherford und Bohr
- die Bohr'schen Postulate
- das Versagen des Bohr'schen Atommodells
- die Aufgabe des Bahnbegriffs („Teilchenbahn") bei Mikroobjekten im Zusammenhang mit der berühmten Heisenberg'schen Unschärferelation
- das Orbitalmodell.

Lösung:

- Rutherford'sches Atommodell:
  - Im Atomkern befindet sich die gesamte positive Ladung und nahezu die gesamte Masse des Atoms
  - Die Atomhülle bildet eine Kugel. In ihr bewegen sich die Elektronen auf Kreisbahnen um den Kern
  - Das Elektron ist nach außen elektrisch neutral, d.h. die negative Ladung der Hülle und die positive Ladung des Kerns neutralisieren sich.

Grenzen: Erklärung der Absorption und Emission

- Bohr'sches Atommodell:

  1. Postulat:
     Die Elektronen kreisen auf diskreten Bahnen (Energieniveaus) strahlungsfrei um den Kern.
  2. Postulat:
     Die Energieabgabe bzw. –aufnahme eines Atoms erfolgt durch den Übergang eines Elektrons von einer Bahn auf eine andere Bahn.
     Die abgegebene bzw. aufgenommene Energie (Quant, Photon) entspricht der Energiedifferenz der zugehörigen Bahnen.

Grenzen: Nichtexistenz von bestimmten Elektronenbahnen
Beugung und Interferenz von Mikroobjekten

- Heisenberg'sche Unschärferelation:

  $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar$ bzw $\geq h$ mit $\Delta x$ – Ortsunschärfe
  $\Delta p_x$ – Impulsunschärfe

  Da $\Delta x \cdot \Delta p_x \neq 0$, können Ort und Impuls eines Mikroteilchens nie gleichzeitig absolut genau bestimmt werden.

  Je genauer der Ort eines Teilchens angegeben wird, umso großer ist die Streuung in der Impulsangabe

  $\Rightarrow$ Bahnen des Bohr'schen Atommodells müssen aufgegeben werden, da dem Bahnbegriff die gleichzeitige exakte Angabe von Ort und Geschwindigkeit ( $p = m \cdot v$ ) zugrunde liegt.

- Orbitalmodell ( Orbital = Elektronenwolke )
  Ein Orbital erfasst den Raum in der Atomhülle, in dem die Aufenthaltswahrscheinlichkeit eines Elektrons am größten ist.
  Aufenthaltsraum ist nicht scharf begrenzt.
  Jedes Orbital umfasst einen bestimmten Energieinhalt.