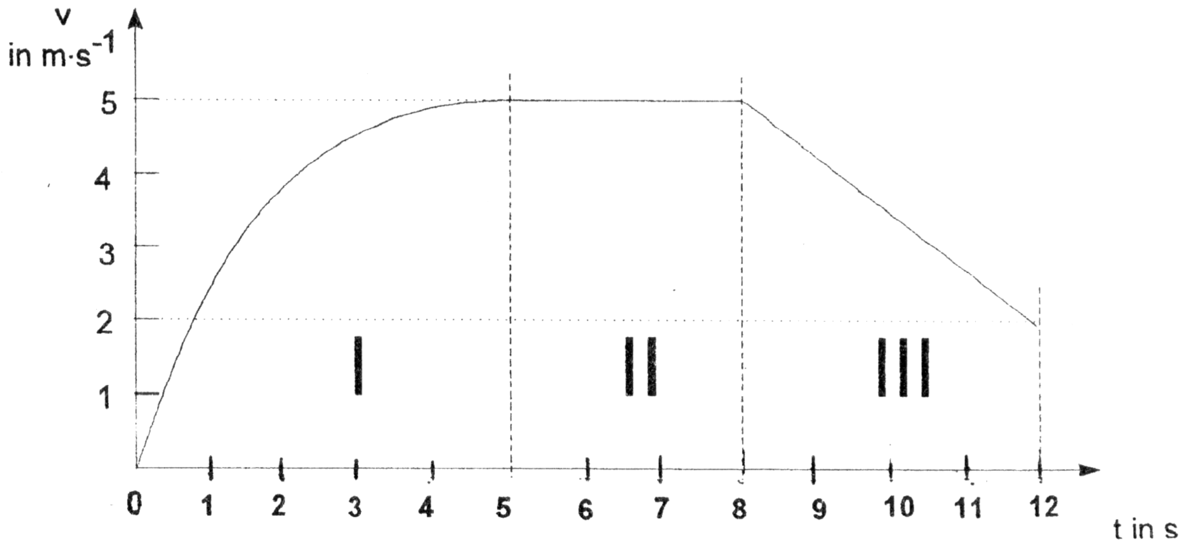
Abiturprüfung 1995
Prüfungsaufgabe 1: Bewegungen

1. Geradlinige Bewegung

1.1. Für die geradlinige, gleichmäßig beschleunigte Bewegung gilt a = konst.
Leiten Sie unter Anwendung der Integralrechnung aus dieser Bedingung das Zeit-Geschwindigkeits-Gesetz für die geradlinig gleichmäßig beschleunigte Bewegung her. Erläutern Sie die physikalische Bedeutung der Integrationskonstanten.

1.2. Die geradlinige Fahrt eines PKW ist in dem folgenden Zeit-Geschwindigkeits-Diagramm beschrieben. Die Beschleunigung des Wagens nimmt in den ersten 5 Sekunden vom Wert $2\ m \cdot s^{-2}$ auf Null



linear ab. Die Masse des PKW sei 1050 kg.
Welche Bewegungsarten liegen in den einzelnen Phasen vor?
Zeichnen Sie das entstehende t-a-Diagramm für alle drei Phasen.
Berechnen Sie den innerhalb von 12 s zurückgelegten Weg und die Bremskraft des Fahrzeuges für die dritte Phase.

1.3. Die Bremsscheiben des PKW bestehen aus Stahl und haben insgesamt eine Masse von 8 kg. Die Temperatur vor dem Bremsvorgang beträgt 20°C. Welche Temperatur stellt sich nach dem Bremsvorgang ein, wenn 10% der Wärme an die Umgebung abgegeben werden?

1.4. Dasselbe Fahrzeug durchfährt später auf feuchter Fahrbahn eine nicht überhöhte Kurve. Für eine sichere Haftung der Reifen auf der feuchten Fahrbahn gilt die Haftreibungszahl 0,30. Die Einfahrt in die kreisbahnförmige Kurve erfolgt mit einer Geschwindigkeit von $72\ km \cdot h^{-1}$.
Berechnen Sie die Mindestradien für eine sichere Kurvenfahrt bei konstantem Betrag der Geschwindigkeit.

1.5. Eine Straßenkurve mit dem Bahnradius r = 1 km soll unabhängig von den Straßenverhältnissen möglichst gefahrlos mit der Richtgeschwindigkeit $v = 100\ km \cdot h^{-1}$ durchfahren werden. Leiten Sie an Hand einer Zeichnung die Formel zur Berechnung des Winkels der Kurvenüberhöhung her und berechne Sie diesen.

Lösung:

1.1.

nach Tafelwerk S. 72

$$v = \int a \, dt$$

$$v + c_1 = a \cdot t + c_2$$

$$v = a \cdot t + c$$

Anfangsbedingung: $t = 0 \rightarrow v = v_0$

$$\underline{\underline{v = a \cdot t + v_0}}$$

$$s = \int v \, dt$$

mit $v = a \cdot t + v_0 \Rightarrow$

$$s = \int (a \cdot t + v_0) \, dt$$

$$s = a \cdot \frac{t^2}{2} + c_1 + v_0 \cdot t + c_2$$

$$s = \frac{a}{2} t^2 + v_0 \cdot t + c$$

Anfangsbedingung: $= 0 \rightarrow c = s_0$

$$\underline{\underline{s = \frac{a}{2} t^2 + v_0 \cdot t + s_0}}$$

<u>1.2.</u>

Phase I	ungleichmäßig beschleunigte Bewegung
Phase II	geradlinig gleichförmige Bewegung
Phase III	geradlinig, gleichmäßig beschleunigte Bewegung

<u>Phase 1:</u>

$$s = \int_{t_1}^{t_2} v \, dt \quad \text{mit} \quad v = \int_{t_1}^{t_2} a \, dt \quad \text{und} \quad a = m \cdot t + a_0$$

$$a_0 = 2 \ m \cdot s^{-2}; \ m = \frac{a - a_0}{t} = -\frac{2 \ m \cdot s^{-2}}{5 \ s} = -\frac{2}{5} \frac{m}{s^3}$$

$$\Rightarrow \ \underline{a = -\frac{2}{5} \frac{m}{s^3} \cdot t + 2 \frac{m}{s^2}}$$

$$v = \int_0^{5s} (m \cdot t + a_0) \, dt = \left[\frac{m}{2} t^2 + a_0 \cdot t \right]_0^{5s}$$

$$s = \int_0^{5s} \left(\frac{m}{2} \cdot t^2 + a_0 \cdot t \right) dt = \left[\frac{m}{6} \cdot t^3 + \frac{a_0}{2} \cdot t^2 \right]_0^{5s} = -\frac{2}{30} \frac{m}{s^3} \cdot 125 \ s^3 + \frac{2}{2} \frac{m}{s^2} \cdot 25 \ s^2$$

$$\underline{\underline{s_I = -8{,}33 \ m + 25 \ m = 16{,}67 \ m}}$$

<u>Phase 2:</u>

$$s_{II} = v \cdot t = 5 \frac{m}{s} \cdot 3 \ s = \underline{\underline{15 \ m}}$$

<u>Phase 3:</u>

$$s_{III} = \frac{a}{2} t^2 + v_0 \cdot t \ \Rightarrow \ \text{mit} \ a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(2-5) \ m \cdot s^{-1}}{(12-8) \ s} = -\frac{3}{4} \frac{m}{s^2} \ \text{und} \ v_0 = 5 \frac{m}{s}$$

$$s_{III} = -\frac{3}{8} \frac{m}{s^2} \cdot 16 \ s^2 + 5 \frac{m}{s} \cdot 4 \ s = \underline{\underline{14 \ m}}$$

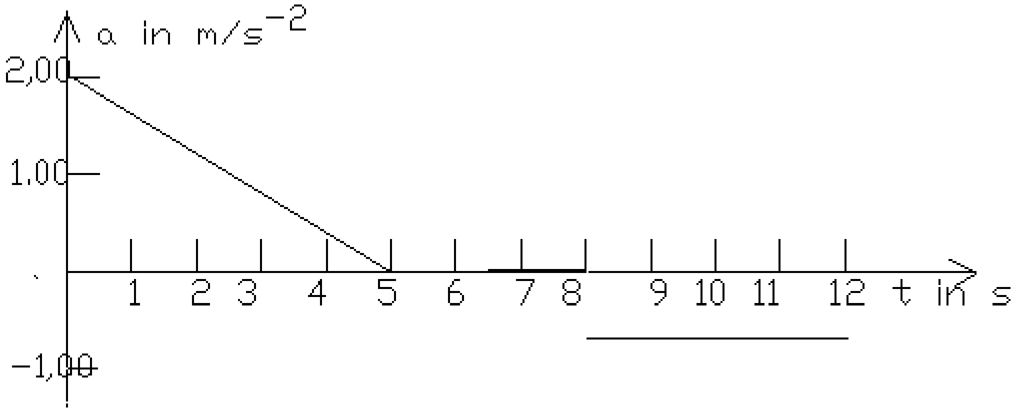
<u>Weg:</u>

$$s_{ges} = s_I + s_{II} + s_{III} = (16{,}67 + 15 + 14) \ m = \underline{\underline{45{,}67 \ m}}$$

Bremskraft:

$$F = m \cdot a = 1050\ \text{kg} \cdot \left(-\,0{,}75\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}\right) = \underline{\underline{-\,787{,}5\ \text{N}}}$$

t - a - Diagramm:



1.3.

$$Q = m_{Stahl} \cdot c \cdot \Delta T = \eta \cdot W_{Beschl} \Rightarrow$$

$$\Delta T = \frac{W_B \cdot \eta}{m \cdot c} = \frac{F_B \cdot s_{III} \cdot \eta}{m \cdot c} = \frac{0{,}9 \cdot 787{,}5\ \text{N} \cdot 14\ \text{m}}{8\ \text{kg} \cdot 470\ \text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}} = 2{,}64\ \frac{\text{J} \cdot \text{K}}{\text{J}} = \underline{2{,}64\ \text{K}}$$

$$\Rightarrow T_e = T_a - \Delta T = 293\ \text{K} - 2{,}64\ \text{K} = \underline{\underline{295{,}64\ \text{K} \Leftrightarrow \vartheta = 22{,}64\,°\text{C}}}$$

$$\Delta T = \frac{\eta \cdot m_{PKW} \cdot \left(v_e^2 - v_a^2\right)}{2 \cdot c \cdot m_{Stahl}} = \frac{0{,}9 \cdot 1050\,\text{kg} \cdot \left(5^2 - 2^2\right)\text{m}^2 \cdot \text{s}^2}{2 \cdot 0{,}47\ \text{kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot 8\,\text{kg}} = 2{,}64\ \text{K}$$

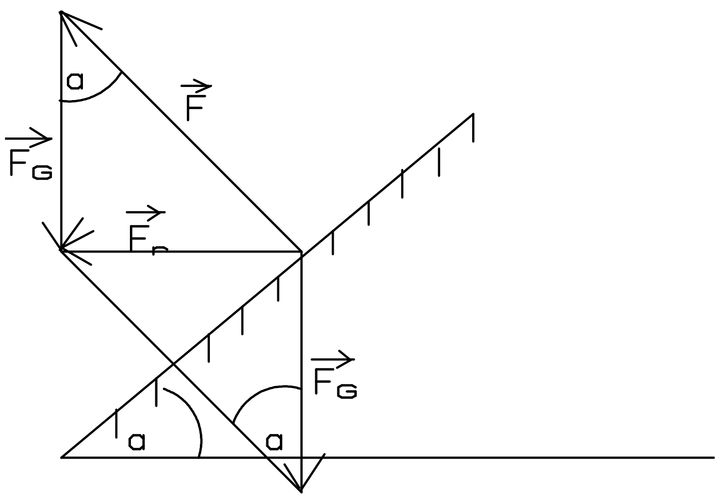
1.4.

Radialkraft $\Leftrightarrow$ Reibungskraft

$$\frac{m \cdot v^2}{r} = \mu \cdot F_N = \mu \cdot m \cdot g \qquad \left(F_N = F_G\right)$$

$$r = \frac{v^2}{\mu \cdot g} = \frac{20^2\ \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}}{0{,}30 \cdot 9{,}81\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}} = \underline{\underline{135{,}9\ \text{m}}}$$

1.5.



$$\text{an}\ \alpha = \frac{F_r}{F_G}$$

$$\tan\alpha = \frac{\frac{m \cdot v^2}{r}}{m \cdot g} = \frac{v^2}{r \cdot g}$$

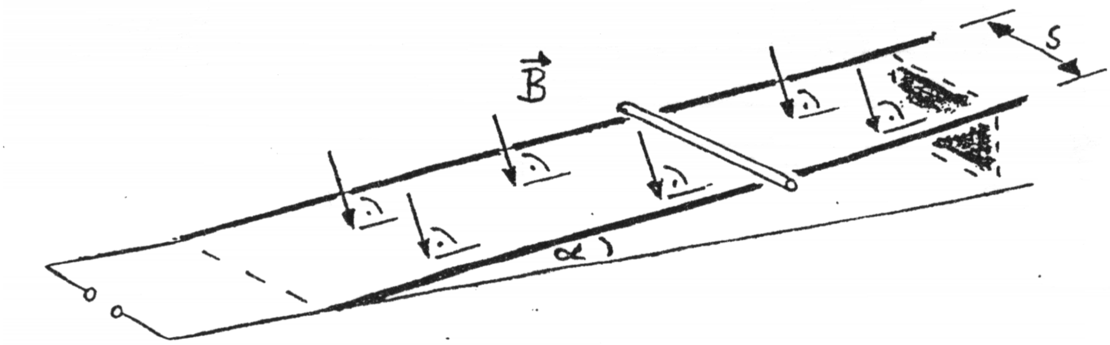
$$\tan\alpha = \frac{27{,}78^2\ \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}}{10^3\,\text{m} \cdot 9{,}81\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}}$$

$$\tan\alpha = 0{,}07867$$

$$\underline{\underline{\alpha = 4{,}49°}}$$

2. Bewegungen im Magnetfeld

Ein Kupferstab der Masse m liegt auf zwei waagerechten Schienen, an denen eine Gleichstromquelle angeschlossen ist. Die gesamte Anordnung befindet sich im homogenen Magnetfeld innerhalb einer langen Spule mit der Windungszahl N und der Spulenlänge ℓ. Die Feldlinien des Magnetfeldes stehen senkrecht auf der von den Schienen aufgespannten Ebene. Schiene und Feldspule werden nun gemeinsam einseitig angehoben, so dass der Stab ohne Einfluss des Magnetfeldes nach unten rollen würde (siehe Skizze).



Für die Berechnungen stehen folgende Angaben zur Verfügung:

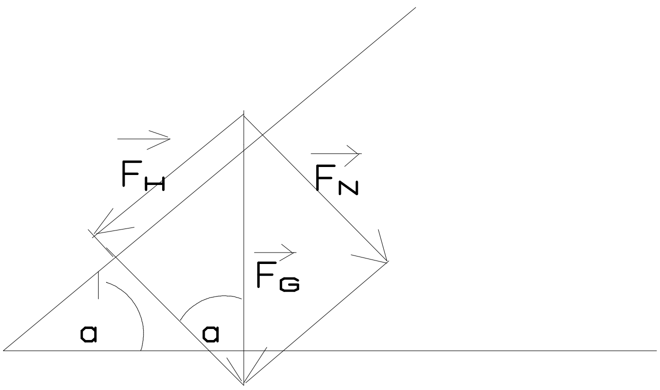
Strom in der Spule	$I_{Sp} = 6{,}0$ A	Windungszahl	$N = 1200$
Stromstärke im Stab	$I = 10{,}0$ A	Spulenlänge	$\ell = 0{,}50\,\mathrm{m}$
Masse des Stabes	$m = 50$ g	Schienenabstand	$s = 0{,}20$ m

Trägheitsmoment des Stabes $J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$

2.1. Geben Sie den Neigungswinkel α der Schienen gegen die Horizontale an, bei dem beim Fließen des Stromes I der Stab weder nach oben noch nach unten rollt. Die Reibung bleibe unberücksichtigt.

2.2. In einem zweiten Versuch mit derselben Anlage wird nun das Stromversorgungsgerät, das den Strom für den Stab lieferte, durch einen hochohmigen Spannungsmesser ersetzt. Das Magnetfeld bleibt unverändert bestehen.
Welche Maximalspannung zeigt der Spannungsmesser beim Herabrollen des Kupferstabes aus einer Höhe von 7,5 cm an?

2.1.



$$\sin \alpha = \frac{F_H}{F_G}$$

$$F_H = m \cdot g \cdot \sin\alpha$$

Hangabtriebskraft $\Leftrightarrow$ Lorenzkraft

$$m \cdot g \sin\alpha = B \cdot I \cdot s = \frac{\mu_0 \cdot I_{Sp} \cdot N}{l} \cdot I \cdot s \Rightarrow$$

$$\sin(\alpha) = \frac{\mu_0 \cdot I_{Sp} \cdot N \cdot I \cdot s}{l \cdot m \cdot g} = \frac{1,256 \cdot 10^{-6}\,V \cdot s \cdot 6,0\,A \cdot 1,2 \cdot 10^3 \cdot 10,0\,A \cdot 0,2\,m}{A \cdot m \cdot 0,5\,m \cdot 0,05\,kg \cdot 9,81\,m \cdot s^{-2}} = 73,747 \cdot 10^{-3} = 0,073747$$

$$\underline{\underline{\alpha = 4,23°}}$$

$$[\sin\alpha] = \frac{V\ s\ A\ m\ s^2\ A}{A\ m^3\ kg} = \frac{Nm\ s^2}{m^2\ kg} = \frac{kg\ m^2\ s^2}{s^2\ m^2\ kg} \Rightarrow \text{einheitslos}$$

2.2.

$$E_{pot} = E_{kin} + E_{rot}$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{m}{2} v^2 + \frac{1}{2} J \cdot \omega^2 = \frac{m}{2} v^2 + \frac{1}{2} J \cdot \frac{v^2}{r^2}$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{m}{2} v^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} m \cdot r^2 \cdot \frac{v^2}{r^2} = \frac{m}{2} v^2 + \frac{m}{4} v^2 \Rightarrow g \cdot h = \frac{3}{4} v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{4}{3} g \cdot h} = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 0,075\,m} = \underline{0,99 \frac{m}{s}}$$

$$U_{ind} = -N_i \frac{d\,\Phi}{d\,t} \quad \text{mit } N_i = 1;\ B = \text{konst.} \Rightarrow$$

$$|U_{ind}| = B \cdot \frac{d\,A}{d\,t} = \mu_0 \cdot \frac{I_{Sp} \cdot N_{Sp}}{l} \cdot \frac{d(s \cdot l)}{d\,t}$$

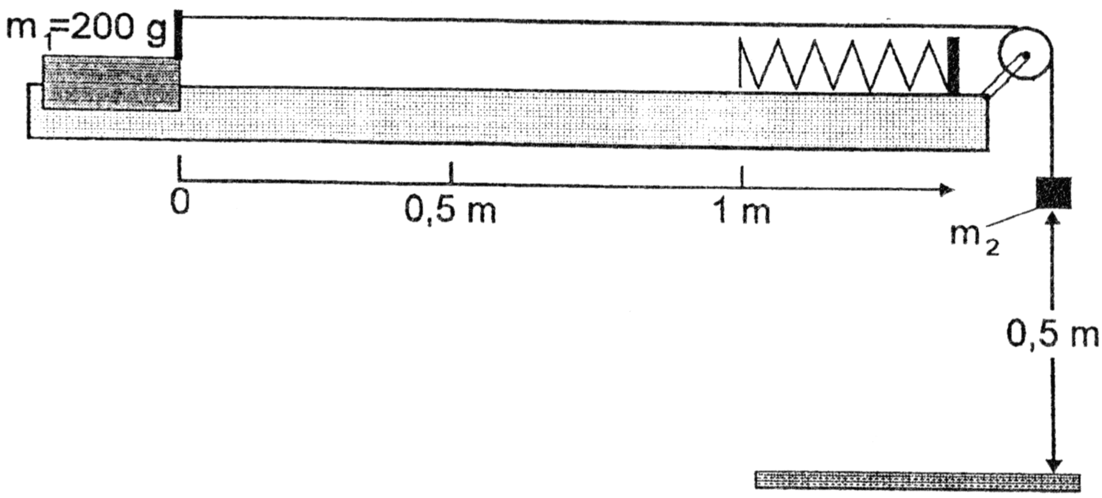
Maximalspannung $\Rightarrow$ maximale Flächenänderung $\Rightarrow$

$$|U_{ind}| = \mu_0 \cdot \frac{I_{Sp} \cdot N_{Sp}}{l} \cdot \frac{l}{t} \cdot s = \mu_0 \cdot \frac{I_{Sp} \cdot N_{Sp}}{l} \cdot v \cdot s$$

$$|U_{ind}| = \frac{1,256 \cdot 10^{-6}\,V \cdot s \cdot 6,0\,A \cdot 1,2 \cdot 10^3 \cdot 0,99\,m \cdot s^{-1} \cdot 0,2\,m}{A \cdot m \cdot 0,5\,m} = \underline{\underline{3,58 \cdot 10^{-3}\,V}}$$

3. Energetik und Kinematik einer mechanischen Bewegung

Auf der waagerecht ausgerichteten Schiene einer Luftkissenbahn (siehe untere Skizze) gleitet ein Schlitten praktisch reibungsfrei auf einem Luftpolster. An dem Schlitten der Masse m_1 = 200 g ist ein dünner Faden befestigt, der über eine leichte Umlenkrolle geführt wird und an dessen Ende ein kleines Massestück der Masse
m_2 hängt. Zur Zeit t = 0 wird der Schlitten am linken Ende der Luftkissenbahn (s_0 = 0) losgelassen. Nach einer Sinkstrecke von 0,5 m setzt das Massestück nach einer Zeit t_1 = 2 s auf dem Boden auf, während der Schlitten weiterfährt und am rechten Ende der Bahn gegen eine Feder $\left(D = 25\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^{-1}\right)$ stößt, von der dann abgebremst und zurückgestoßen wird.



3.1. Stellen Sie die Bewegung des Schlittens vom Start bis zum Erreichen der Feder in einem Zeit-Weg-Diagramm dar. Dabei sollen die Wegstrecken zu den Zeiten t = 0 s, 1 s, 2 s, 3 s genau eingezeichnet werden. Die Reibung sowie die Massen des Plastikfadens und der Umlenkrolle werden vernachlässigt.

3.2. Berechnen Sie die Strecke, um die die Feder zusammengedrückt wird.

3.1.

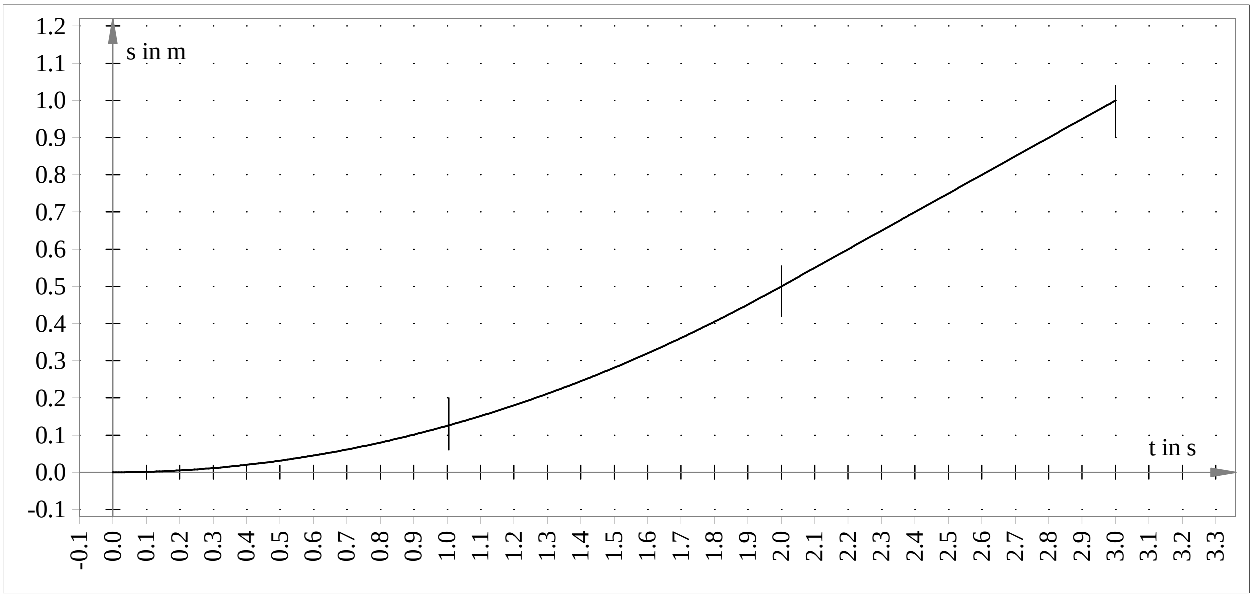
$\underline{0 \text{ bis } 2\,\mathrm{s}:}$

$$s = \frac{a}{2}t^2 \Rightarrow a = \frac{2\,s}{t^2} = \frac{1\,\mathrm{m}}{4\,\mathrm{s}^2} = \underline{\frac{1}{4}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}$$

$$s_1 = \frac{a}{2}t_1^2 \Rightarrow \left|\frac{t \text{ in s}}{s \text{ in m}}\right|\left|\frac{0}{0}\right|\left|\frac{1}{0{,}125}\right|\left|\frac{2}{0{,}5}\right| \quad \text{Beispiel}: s = \frac{1}{8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 1\,\mathrm{s}^2 = \underline{\frac{1}{8}\,\mathrm{m}}$$

$\underline{2 \text{ bis Ende}:}$

$$t_2 = \frac{s_2}{v_e} = \frac{0{,}5\,\mathrm{m}}{0{,}25\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}\cdot 2\,\mathrm{s}} = 1\,\mathrm{s} \quad \Rightarrow \text{ nach } t = 3\,\mathrm{s} \Leftrightarrow s_{ges} = 1\,\mathrm{m}$$



3.2.

$$\frac{m_1}{2}\, v_e^2 \;=\; \frac{D}{2}\, s^2$$

$$s \;=\; v \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}$$

$$s \;=\; 0{,}5\;\frac{m}{s}\sqrt{\frac{0{,}2\ \text{kg}}{25\;\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{s^2\cdot\text{m}}}}$$

$$\underline{\underline{s \;=\; 0{,}0447\ \text{m} \;=\; 4{,}47\ \text{cm}}}$$