

Abitur - Leistungskurs Physik

Sachsen-Anhalt 2008

Thema V3 – Modellexperiment zur Geschwindigkeitsverteilung

Bei der kinetisch-statistischen Betrachtungsweise in der Thermodynamik sind Kenntnisse über Teilchengeschwindigkeiten bzw. Geschwindigkeitsverteilungen bedeutsam. Diese lassen sich u. a. aus Real- sowie aus Modellexperimenten gewinnen. Im Folgenden wird ein Modellexperiment beschrieben.

Durchführung:

In das dargestellte Gerät (Bild 1) werden eine bestimmte Anzahl N gleichartiger kleiner Stahlkugeln gefüllt, die das Modellgas darstellen. Mittels einer beweglichen Bodenplatte wird den Kügelchen periodisch Energie zugeführt, die sie in ungeordnete Bewegungen mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten versetzt. Im quaderförmigen Behälter befindet sich seitlich eine kleine Öffnung. Durch diese können die Kugeln nach außen gelangen.

Die Bewegung der austretenden Kugeln wird als waagerechter Wurf betrachtet.

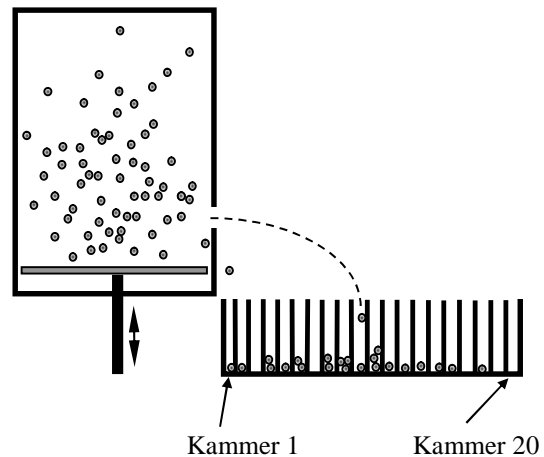
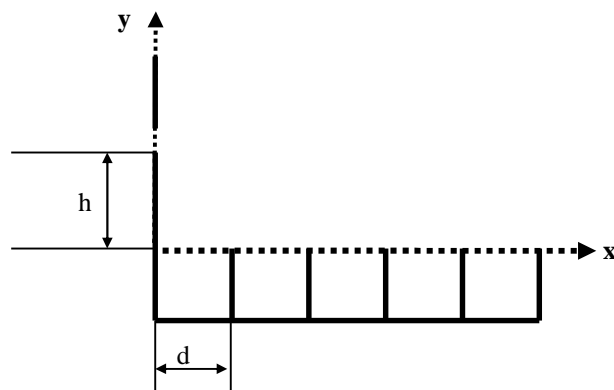


Bild 1

Die Wurfweite wird mit einer sektorenförmigen Auffangvorrichtung, die in zwanzig kreisringförmige Kammern mit gleicher Kammerbreite d aufgeteilt ist, ermittelt. Für jede Kammer wird die Anzahl N_i der aufgefangenen Kugeln bestimmt.

Aus der Höhe h (Abstand zwischen Öffnung und Oberkante der Auffangvorrichtung) und der Wurfweite in x -Richtung lässt sich die zugehörige Geschwindigkeit berechnen (Bild 2).

Während des Versuchs werden die Frequenz des Erregermechanismus sowie die Gesamtzahl N der Kugeln im Behälter konstant gehalten.



Messwerte:

Kammer Nr. i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Anzahl N_i	14	38	69	81	80	84	74	55	39	35
Kammer Nr. i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Anzahl N_i	31	27	16	13	10	11	8	7	5	3

Anzahl der aufgefangenen Kugeln $N_{\text{ges}} = 700$, $h = 4$ cm, $d = 1$ cm
 Masse einer Kugel: $m = 0,2$ g

Aufgaben:

- 1 Zeichnen Sie ein $N_i(i)$ - Streifendiagramm (Histogramm).
- 2 In der Tabelle ist der Zusammenhang zwischen dem Auftreffort (Kammernummer) und der Austrittsgeschwindigkeit dargestellt.

Nr. i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
v_i in $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	0,06	0,17	0,28	0,39	0,50	0,61	0,72	0,83	0,94	1,05
Nr. i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
v_i in $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	1,16	1,27	1,38	1,49	1,61	1,72	1,83	1,94	2,05	

- 2.1 Zeigen Sie, dass für die Berechnung der Geschwindigkeiten v_i die Gleichung

$$v_i = \left(\frac{d}{2} + (i-1)d \right) \cdot \sqrt{\frac{g}{2h}}$$

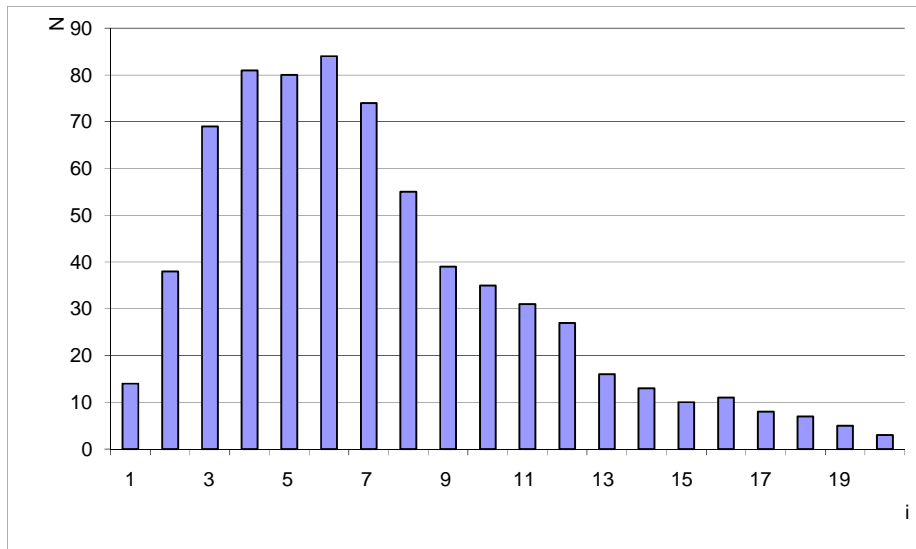
gilt, wenn davon ausgegangen werden soll, dass die Kugeln nach dem waagerechten Wurf genau in der Kammermitte auftreffen.

Berechnen Sie die in der Tabelle noch fehlende Geschwindigkeit.

- 2.2 Stellen Sie die Geschwindigkeitsverteilung $N(v)$ in einem Diagramm dar. Beschreiben Sie den Zusammenhang zwischen N und v mithilfe des Graphen. Bestimmen Sie für dieses Experiment aus den Messwerten die wahrscheinlichste Teilchengeschwindigkeit und die mittlere kinetische Energie der Teilchen.
- 3 Erläutern Sie anhand zweier Versuchsbedingungen, wie Grundannahmen des idealen Gases bei diesem Modellexperiment möglichst gut erfüllt werden können.

Lösung:

1. Streifendiagramm



2.1 Gleichung herleiten:

waagerechter Wurf

$$y = -\frac{g}{2 \cdot v_0^2} \cdot x^2$$

$$v_0 = x \cdot \sqrt{-\frac{g}{2 \cdot y}} \quad \text{mit } y = -h$$

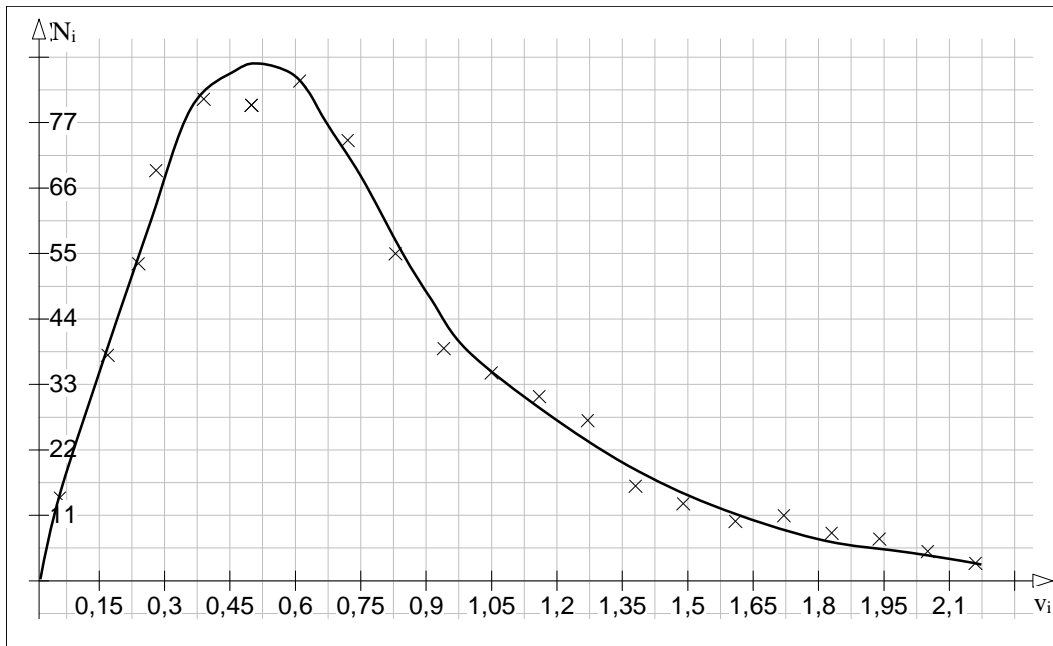
$$v_0 = x \cdot \sqrt{\frac{g}{2 \cdot h}} \quad \text{mit } \quad x_1 = \frac{d}{2}; \quad x_2 = \frac{d}{2} + 1 \cdot d; \quad x_3 = \frac{d}{2} + 2 \cdot d$$
$$\Rightarrow x_i = \frac{d}{2} + (i-1) \cdot d$$

$$v_0 = \left(\frac{d}{2} + (i-1) \cdot d \right) \cdot \sqrt{\frac{g}{2 \cdot h}}$$

Berechnung der Geschwindigkeit:

$$v_0 = \left(\frac{10^{-2} \text{ m}}{2} + (20-1) \cdot 10^{-2} \text{ m} \right) \cdot \sqrt{\frac{9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}{2 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}}} = 2,16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

2.2 Diagramm – Geschwindigkeitsverteilung:



Beschreibung:

- Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung
- Graph unsymmetrisch
- größte Teilchenzahl bei kleineren Geschwindigkeiten
- größere Geschwindigkeiten haben die wenigsten Teilchen

wahrscheinlichste Teilchengeschwindigkeit:

Ablezen: $\bar{v} \approx 0,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

mittlere kinetische Energie:

$$\overline{E_{\text{kin}}} = \frac{\sum_{i=1}^n N_i \cdot E_{\text{kin}_i}}{N} \quad \text{mit } \bar{v} = \frac{m}{2} \cdot \bar{v}^2$$

$$\overline{E_{\text{kin}}} = \frac{m}{2 \cdot N} \cdot \sum_{i=1}^n N_i \quad \text{mit } n = 20 \text{ und } N = 700$$

$$\overline{E_{\text{kin}}} = \frac{2 \cdot 10^{-4} \text{ kg}}{2 \cdot 700} \cdot \sum_{i=1}^{20} N_i = \underline{7,3 \cdot 10^{-5} \text{ J}}$$

3. Erläuterung: (an 2 Versuchsbedingungen gefordert)

Grundannahmen, die durch Experiment gut erfüllt werden:

- Verwendung einer großen Teilchenzahl
 - durch Verwendung mehrerer Hundert Kugeln erfolgt
- alle Teilchen führen untereinander und mit Gefäßwänden elastische Stöße aus
 - durch Verwendung von Metallkugeln, die sich kaum deformieren
 - Energieverlust durch Reibung wird durch kontinuierliche Energiezufuhr mittels der schwingenden Bodenplatte ausgeglichen
- kleines Teilchenvolumen
 - durch Verwendung kleiner Metallkugeln, deren Eigenvolumen klein im Vergleich zum Behältervolumen ist