# Abitur - Leistungskurs Physik

# Sachsen-Anhalt 2008

## Thema G2 – Erforschung des Weltalls

Die Entdeckungen von Johannes Kepler und Isaac Newton sowie die Erstellung der Grundgleichung des Raketenantriebs durch Konstantin Ziolkowski bildeten wichtige Grundlagen dafür, dass sich Menschen 1969 auf den Weg zum Mond machten. Am 21.Juli 1969 betrat erstmals ein Mensch den Erdtrabanten.

1. **Erkundung des Gravitationsfeldes**

Unbemannte Messstationen, die sich außerhalb des Mondes befanden, untersuchten u. a. lange vor dem ersten bemannten Mondflug die Gravitationsfeldstärke $G^*$ des Mondes.

1.1 Bei solchen Untersuchungen ergaben sich folgende Messwerte:

| Entfernung r vom Mittelpunkt des Mondes in km | 1738 | 1849 | 1938 | 2238 | 2738 |
|---|---|---|---|---|---|
| $G^*$ in $N \cdot kg^{-1}$ | 1,62 | 1,43 | 1,30 | 0,98 | 0,65 |

Zeichnen Sie ein $G^*\left(\frac{1}{r^2}\right)$ - Diagramm entsprechend der Daten der Tabelle.

Begründen Sie mit dieser Darstellung, dass $G^*(r) = k \cdot \frac{1}{r^2}$ gilt.

Bestimmen Sie die Konstante k aus der grafischen Darstellung.
(Ergebnis zur Kontrolle $k = 4{,}9 \cdot 10^{12}\ m^3 \cdot s^{-2}$)
Berechnen Sie aus diesem Ergebnis für k die Masse des Erdmondes.

1.2 Das Diagramm (Bild 1) zeigt idealisiert die Kraftwirkung auf einen Probekörper mit der Masse m = 1 kg in Abhängigkeit von seinem Aufenthaltsort zwischen Erde und Mond.
Beschreiben und erklären Sie den Verlauf des Graphen. Gehen Sie dabei auch auf den Punkt P ein.

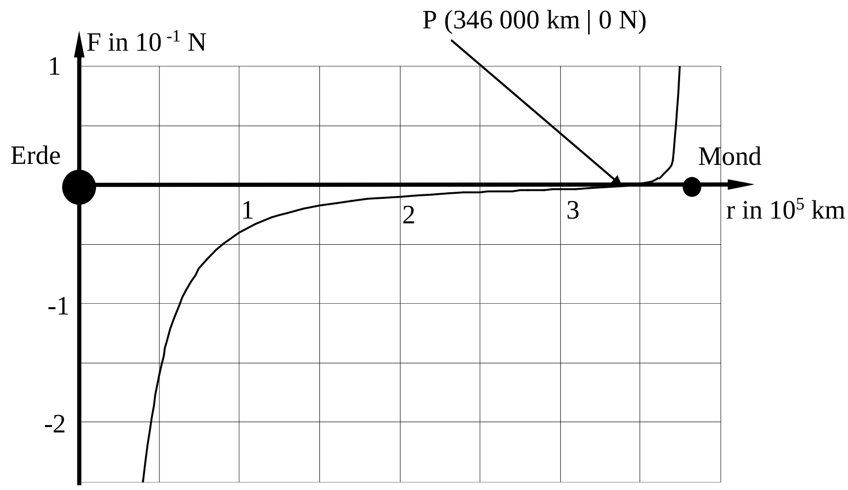
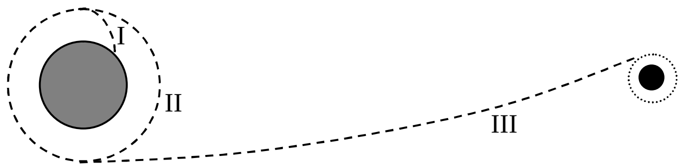



Bild 1

**2 Flug zum Mond**

Von den drei Astronauten, die sich 1969 in Apollo 11 auf den Weg zum Mond begaben, betrat Neil Armstrong als erster Mensch den Mond, gefolgt von Edwin Aldrin. Während dieser Zeit verblieb Michael Collins im Orbit um den Mond.
Im Bild 2 sind drei Abschnitte des Fluges eines Raumflugkörpers zum Mond dargestellt. Geben Sie für jeden der Abschnitte I bis III die Bewegungsart an. Entscheiden Sie darüber hinaus, ob in den einzelnen Abschnitten die Triebwerke genutzt werden.




(Zeichnung nicht maßstabsgerecht) Bild 2

2.2 Collins umkreiste in einer Höhe von 111 km den Mond, während die beiden anderen Astronauten mit der Landefähre „Eagle“ den Orbit verließen.
Berechnen Sie die Geschwindigkeit, mit der Collins im Raumschiff in dieser Höhe über der Mondoberfläche den Mond umkreist hat, und die Zeit, die er für eine Mondumkreisung benötigte.

**3 Bestimmung der Fallbeschleunigung g (Schülerexperiment)**

In dieser Aufgabe ist ein Experiment durchzuführen und auszuwerten. Beantworten Sie dazu die Fragen zur Vorbetrachtung und führen Sie das Experiment durch. Die Auswertung erfolgt nach den angegebenen Vorgaben. Fertigen Sie ein vollständiges Protokoll an.

**Auftrag**

Bestimmen Sie die Größe der Fallbeschleunigung g an Ihrem Schulort mithilfe eines Fadenpendels.

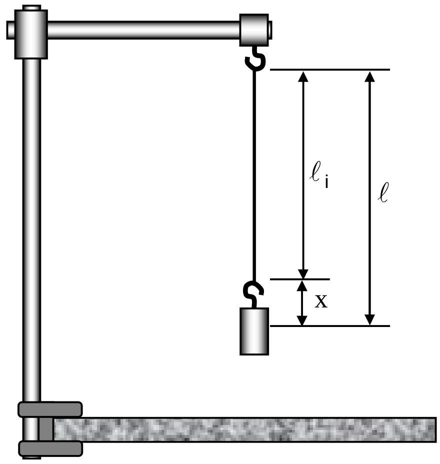
**Vorbetrachtungen**

1 Begründen Sie, warum an verschiedenen Orten der Erde die Fallbeschleunigung unterschiedliche Werte haben kann.

2 Zur Bestimmung der Fallbeschleunigung g kann die Gleichung für die Periodendauer eines Fadenpendels benutzt werden.
Bei der Herleitung dieser Gleichung wurden vereinfachende Annahmen gemacht.
Nennen Sie zwei dieser Annahmen.
Vergleichen Sie den Einfluss der zu messenden Größen auf die Genauigkeit der Bestimmung von g. Begründen Sie Ihre Aussagen.

3 Die Länge eines Fadenpendels $\ell$ lässt sich nur ungenau bestimmen, da der Massenmittelpunkt des Pendelkörpers aufgrund seiner Form schwer zu ermitteln ist. Aus diesem Grund kann man die Berechnung von g unter Berücksichtigung der Differenzen der Fadenlängen $\ell_1$ und $\ell_2$ sowie der Schwingungsdauern $T_1$ und $T_2$ durchführen und die entsprechenden Messungen vornehmen.

Erläuterungen:
x ist der Abstand vom unteren Ende des Fadens bis zum Massenmittelpunkt des Hakenkörpers.
i = 1; 2



Zeigen Sie, dass g mit der Gleichung $g = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot (\ell_1 - \ell_2)}{T_1^2 - T_2^2}$ berechnet werden kann.

**Durchführung des Experiments**

1 Bauen Sie die Experimentieranordnung entsprechend Bild 3 auf.

2 Ermitteln Sie für zwei verschiedene Fadenlängen $\ell_1$ und $\ell_2$ jeweils die zugehörige Schwingungsdauer $T_1$ bzw. $T_2$. Führen Sie die Messungen mehrfach durch.

**Auswertung**

1 Berechnen Sie aus den Messwerten die Fallbeschleunigung g.

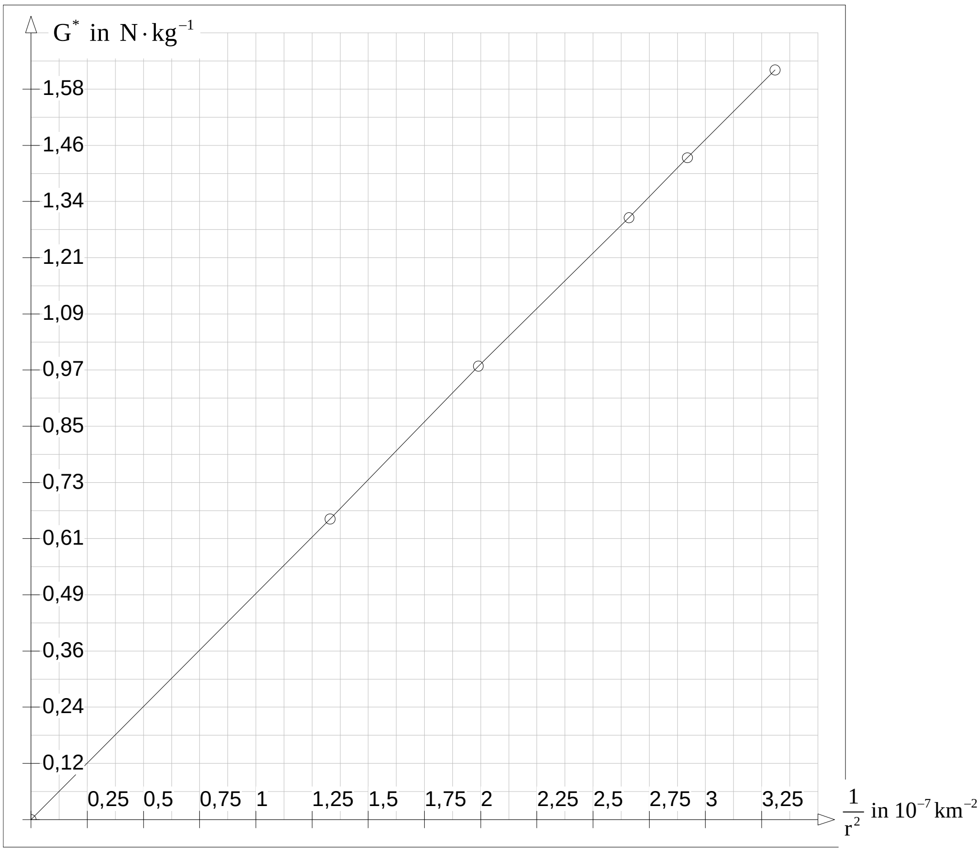
2 Vergleichen Sie den von Ihnen ermittelten Wert mit dem Tabellenwert für g.

3 Führen Sie eine Fehlerbetrachtung durch.

**<u>Lösung:</u>**

## 1 Erkundung des Gravitationsfeldes

1.1 <u>Diagramm:</u>




| Entfernung r vom Mittelpunkt des Mondes in km | 1738 | 1846 | 1938 | 2238 | 2738 |
|---|---|---|---|---|---|
| $G^*$ in $N \cdot kg^{-1}$ | 1,62 | 1,43 | 1,30 | 0,98 | 0,65 |
| $\frac{1}{r^2}$ in $10^{-7}\,km^{-2}$ | **3,31** | **2,92** | **2,66** | **1,99** | **1,33** |
| $\frac{G^*}{\frac{1}{r^2}}$ in $10^{7}\,N \cdot kg^{-1} \cdot km^{2}$ | **0,489** | **0,489** | **0,489** | **0,492** | **0,488** |

<u>Begründung:</u>

- z.B. mit linearer Funktion und konstantem Anstieg
- Bildung der Quotienten $\frac{G^*}{\frac{1}{r^2}}$ in $10^7\,N \cdot kg^{-1} \cdot km^2 \Rightarrow$ siehe Tabelle $\Rightarrow \frac{G^*}{\frac{1}{r^2}} = \text{konst.}$

<u>Bestimmung der Konstanten k:</u>

- über Anstiegsdreieck

oder:

$$k = \frac{Q^*}{\frac{1}{r^2}} = \frac{1,62\,N \cdot kg^{-1}}{\frac{1}{1738^2\,km^2}} = 0,49 \cdot 10^7\,N \cdot kg^{-1} \cdot km^2$$

- $= 0,49 \cdot 10^7\,kg \cdot m \cdot s^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot 10^6\,m^2$ weitere Werte sieh Tabelle!

$$= 0,49 \cdot 10^7\,m^3 \cdot s^{-2} \cdot 10^6 = \underline{4,9 \cdot 10^{12}\,m^3 \cdot s^{-2}}$$

Masse des Erdmondes:

$$F_G = F_\gamma$$

$$m \cdot G^* = \gamma \cdot \frac{m \cdot m_M}{r^2} \qquad \text{mit } G^* = k \cdot \frac{1}{r^2}$$

$$k \cdot \frac{1}{r^2} = \gamma \cdot \frac{m_M}{r^2}$$

$$m_M = \frac{k}{\gamma}$$

$$m_M = \frac{4{,}9 \cdot 10^{12}\,m^3 \cdot s^{-2}}{6{,}673 \cdot 10^{-11}\,m^3 kg^{-1} s^{-2}} = \underline{7{,}34 \cdot 10^{22}\,kg}$$

1.2 Beschreibung und Erklärung des Diagramms:

(1) Diagramm gibt die auf einen Körper der Masse m wirkende Kraft an.

(2) Kraft entsteht aufgrund der Gravitationskraft von der Erde und vom Mond, die gleichzeitig auf den Körper wirken.

(3) Gravitationskraft ist (bei gleichem Abstand) von der Erde größer als die vom Mond da

- $F_\gamma = \gamma \cdot \frac{m \cdot m_Z}{r^2}$ mit $m,\ r = \text{konst.} \Rightarrow F_\gamma \sim m_Z$
- Damit überwiegt in der Mitte zwischen beiden Zentralkörpern die Gravitationskraft der Erde.

(4) Mit zunehmender Nähe zum Zentralkörper steigt die Gravitationskraft

- $F_\gamma = \gamma \cdot \frac{m \cdot m_Z}{r^2}$ mit $m,\ m_Z = \text{konst.} \Rightarrow F_\gamma \sim \frac{1}{r^2}$
- Kraft ändert sich entsprechend einer Hyperbel vom jeweiligen Zentralkörper aus.

(5) Da beide Zentralkörper „am Probekörper ziehen“, aber in unterschiedlicher Richtung, tragen die Gravitationskräfte entgegengesetzte Richtungen im Diagramm.

(6) Im Punkt P sind die Gravitationskräfte beider Zentralkörper gleich. P liegt nicht in der Mitte, da die Massen beider Zentralkörper verschieden sind (siehe weiter oben (3)). P liegt näher am Mond, da die Masse des Mondes geringer als die der Erde ist.

## 2 Flug zum Mond

2.1 Bewegungsarten + Antrieb:

| Abschnitt | Bewegungsart | Triebwerke |
|---|---|---|
| I | ungleichmäßig beschleunigt | arbeiten |
| II | gleichförmige Kreisbewegung (beschleunigte Bewegung) | arbeiten nicht (wenn mit Denkmodell idealisiert betrachtet.) |
| III | ungleichmäßig beschleunigt | arbeiten zum Verlassen der Parkbahn auf der Erdoberfläche |
| | | arbeiten nicht (bis zur Einleitung des Bremsvorganges) |
| | | arbeiten zum Erreichen der Parkbahn um den Mond |

2.2 Geschwindigkeit:

$$F_Z = F_\gamma$$

$$m \cdot \frac{v^2}{r} = \gamma \cdot \frac{m \cdot m_M}{r^2}$$

$$v = \sqrt{\gamma \cdot \frac{m_M}{r}}$$

$$v = \sqrt{6{,}673 \cdot 10^{-11} m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2} \cdot \frac{7{,}34 \cdot 10^{22} kg}{(1738+111) \cdot 10^3 m}} = \underline{1627{,}6\, m \cdot s^{-1}}$$

$$[v] = \sqrt{m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2} \cdot \frac{kg}{m}} = \sqrt{\frac{m^2}{s^2}} = m \cdot s^{-1}$$

Umlaufzeit:

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} \qquad \text{mit } r = r_M + h$$

$$T = \frac{2\pi \cdot (r_M + h)}{v}$$

$$T = \frac{2\pi \cdot (1738+111) \cdot 10^3 m}{16\, m \cdot s^{-1}} = \underline{7137{,}8\, s \approx 2\, h}$$

## 3 Bestimmung der Fallbeschleunigung g (Schülerexperiment)

Vorbetrachtung:

1. Begründung:

- Fallbeschleunigung ist abhängig von der Entfernung zum Mittelpunkt des Zentralkörpers

$$F_G = F_\gamma$$

  - $m \cdot g = \gamma \cdot \frac{m \cdot m_Z}{r^2}$

$$g = \gamma \cdot \frac{m_Z}{r^2} \qquad \text{mit } m_Z = \text{konst.} \Rightarrow g \sim \frac{1}{r^2}$$

- Erde ist keine ideale Kugel; an den Polen abgeplattet und a, Äquator ausgebeult
  - $r_{Äqu} > r_{SAW} > r_{Pol} \Rightarrow g_{Äqu} < g_{SAW} < g_{Pol}$
- Zusammensetzung der Erdoberfläche (Erdkruste) hat Einfluss auf Massenverteilung

2. Annahmen (mindestens zwei nennen)
- Pendelkörper wird als Punktmasse betrachtet
- kleine Auslenkungen
- Bahnkurve des Pendelkörpers ist keine exakte Kreisbahn, da der Faden an der Aufhängung rutscht („Mittelpunkt" verschiebt sich)
- Vernachlässigung der Fadenmasse
- homogene Massenverteilung des Hakenkörpers
  - Hinweis: Reibung ist völlig bedeutungslos! (wenn der Körper mindestens eine Schwingung ausführt)

Einfluss der zu messenden Größen auf Genauigkeit der g-Bestimmung:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2 \cdot \ell}{T^2}$$

- mit $T = \text{konst.} \Rightarrow g \sim \ell$

  mit $\ell = \text{konst.} \Rightarrow g \sim \frac{1}{T^2}$

  - Messung der Pendellänge: $\Delta\ell = \pm 1\,\text{cm}$
  - Messung der Zeit für 10 Schwingungen $\Delta t = \pm 0{,}1\,\text{s}$
    - $\Rightarrow \Delta T = \pm 0{,}01\,\text{s}$

- Messung der Pendellänge hat auf Genauigkeit größeren Einfluss (10-fachen) als Zeitungenauigkeiten, auch wenn diese quadratisch (also Fehler doppelt) in Ergebnis eingeht..

3.

<u>Herleitung:</u>

$$T_1 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\ell_1}{g}}; \qquad T_2 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\ell_2}{g}}$$

$$\ell_1 = \frac{T_1^2 \cdot g}{4\pi^2} \qquad \ell_2 = \frac{T_2^2 \cdot g}{4\pi^2}$$

$$\ell_1 - \ell_2 = \frac{g}{4\pi^2} \cdot \left(T_1^2 - T_2^2\right)$$

$$\underline{g = \frac{4\pi^2 \cdot (\ell_1 - \ell_2)}{T_1^2 - T_2^2}}$$

<u>Durchführung:</u>

Aufbau und Durchführung:
Messwertetabelle mit Werten

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\ell_1$ in m | 0,54 | | |
| $t_1$ in s | 15,06 | 15,09 | 15,16 |
| $T_1$ in s | 1,506 | 1,509 | 1,516 |
| $\overline{T_1}$ in s | 1,51 | | |
| $\ell_2$ in m | 1,022 | | |
| $t_2$ in s | 20,28 | 20,47 | 20,22 |
| $T_2$ in s | 2,028 | 2,047 | 2,022 |
| $\overline{T_2}$ in s | 2,03 | | |

Messung von t für 10 Schwingungen (mindestens 2 Wiederholungen)
Bestimmung von T (Mittelwerte)
Berechnung von g

$$g = \frac{4\pi^2 \cdot (\ell_1 - \ell_2)}{T_1^2 - T_2^2}$$

$$g = \frac{4\pi^2 \cdot (0{,}54 - 1{,}022)}{1{,}51^2\,\text{s}^2 - 2{,}03^2\,\text{s}^2} = \underline{10{,}34\,\text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

Vergleich mit Tabellenwert

Fehlerbetrachtung

zufällige Fehler:

- Reaktionszeit des Experimentators
- Messung der Fadenlänge

systematische Fehler:

- Fadenlänge ist (entsprechend Aufgabenstellung) zu kurz bestimmt
  - g wurde zu klein bestimmt